

1ª Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

1. Para cada um dos seguintes conjuntos $A \subset \mathbb{R}$, determine $\text{int}(A)$, \bar{A} , $\text{int}(\bar{A})$ e $\overline{\text{int}(A)}$:

- a) $A = \mathbb{Z}$;
- b) $A = \mathbb{Q} \cap]0, 1[$;
- c) $\{-1\} \cup \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$;
- d) $A =]0, 1] \cup \{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\}$.

2. Verifique que são fechados os seguintes conjuntos:

- a) \mathbb{Z} em \mathbb{R}
- b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0\}$, no \mathbb{R}^2

3. Determine o conjunto dos pontos de acumulação de:

- a) \mathbb{Z} no espaço \mathbb{R} ;
- b) $A = \mathbb{Q} \cap]0, 1[$ em \mathbb{R} ;
- c) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ em \mathbb{R}^2 ;
- d) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$ em \mathbb{R}^2 .

4. Verifique que o único ponto de acumulação de $A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ é o ponto 0.

5. Considere o conjunto

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{N}, q \neq 0 \text{ e } q < n \right\}$$

onde $n \in \mathbb{N}^*$. Seja $f(x) = \{\cos(n!\pi x)\}^{2n} - 1$. Se $f(A)$ denota a imagem do conjunto A pela f . Determine:

a) o fecho do conjunto

$$[\mathbb{Q}^* \cup f(A)] \cap \mathbb{Z};$$

b) o interior do conjunto

$$f(A) \cup [-1, 0[\cup]0, 1[;$$

c) o conjunto dos pontos de acumulação de

$$\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup f(A).$$