

Substitutiva da 1.^a Prova de SMA-333 Cálculo III

Professor: Alexandre Nolasco de Carvalho

Questões	Notas
1. ^a	
2. ^a	
3. ^a	
4. ^a	
Total	

Nome: _____

N.º USP: _____

13.05.2005

.....
 Não retire o grampo da prova, voce pode cortar esta folha na linha pontilhada abaixo.

Faça uma questão em cada folha e identifique claramente a mesma.

Esta prova terá duração de (01) uma hora e (40) quarenta minutos.

.....

1.^a Questão: (Valor 2.0) Analisar a convergência das seqüências dadas (é necessário justificar cada afirmativa).

a) $\{e^{-n} \cos \frac{n\pi}{4}\}$
 b) $\{(-1)^n (1 + \frac{1}{n})\}$
 c) $\{\frac{n+(-1)^n n^2}{n^2+1}\}$
 d) $\{n \text{sen} \frac{n\pi}{4}\}$

2.^a Questão: (Valor: 2.0) Prove, utilizando a definição ou propriedades, que a seqüência dada é convergente e encontre o seu limite:

a) $\left\{ \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right\}$
 b) $a_1 = 2, a_{n+1} = \sqrt{4 + 3a_n}, n \geq 2.$

3.^a Questão: (Valor: 3.0) Se $\{x_n\}$ é uma seqüência que satisfaz

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq a|x_{n+1} - x_n|, \forall n \geq 1,$$

para algum $0 < a < 1$, então $\{x_n\}$ é convergente. Se $l = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, encontre uma estimativa para o erro cometido ao aproximar l por x_n .

4.^a Questão: (Valor: 3.0) Suponha que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seja uma função tal que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$. Mostre que, se $\{x_n\}$ é uma seqüência convergente com limite x_0 então, a seqüência $\{f(x_n)\}$ é convergente com limite l . Use este resultado para mostrar que a seqüência

$$\frac{(n-1)(n^2+4)}{n^2-2n+1} \text{sen} \left(\frac{n^2-2n+1}{(n-1)(n^2+4)} \right)$$

é convergente e encontre o seu limite.