Lista n.8 - SLC-592 Cálculo Diferencial (2010)

Prof. Eugenio Massa

1. Encontre os pontos críticos das funções dadas:
   $(a)\ f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x$ $\quad (b)\ f(x) = x^{7/3} + x^{4/3} - 3x^{1/3}$ $\quad (c)\ f(t) = (t^2 - 4)^{2/3}$ $\quad (d)\ h(x) = \dfrac{x-3}{x+7}$
   $(e)\ g(x) = [\text{sen}(3x)]^2$ $\quad (f)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ $\quad (g)\ h(z) = ze^{2z}$

2. Ache os pontos de máximo e de mínimo (locais e globais) das funções dadas, nos intervalos indicados.
   $(a)\ f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4;\quad [-2, 1]$ $\quad (b)\ f(x) = x|x-2|;\quad [0, 3]$
   $(c)\ g(x) = x^2 + \dfrac{2}{x};\quad [\frac{1}{2}, 2]$ $\quad (d)\ g(x) = \sqrt{9 - x^2};\quad [-1, 2]$
   $(e)\ h(x) = \dfrac{4}{(x-3)^2};\quad [2, 5]$ $\quad (f)\ f(x) = \sqrt{|x|};\quad [-1, 2]$

3. Um campo retangular à margem de um rio deve ser cercado, com exceção do lado ao longo do rio. Se o custo do material for de $R\$12,00$ por metro linear no lado paralelo ao rio e de $R\$8,00$ por metro linear nos dois extremos, ache o campo de maior área possível que possa ser cercado com $R\$3.600,00$ de material.

4. Ache as dimensões do cilindro circular reto de maior volume que possa ser inscrito num cone circular reto com um raio de 5 cm e 12 cm de altura.

5. Ache as dimensões do maior jardim retangular que pode ser fechado com 100 m de cerca.

6. As dimensões de um retângulo de área máxima com base no eixo x e vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$ pertencem ao intervalo:
   $(a)\ [2,\ 5]$ $\quad (b)\ [0,\ 3]$ $\quad (c)\ (3,\ 7]$ $\quad (d)\ [4,\ 9)$ $\quad (e)\ [0,\ 6)$

7. Verifique se as hipóteses do teorema do valor médio estão satisfeitas pelas funções abaixo nos intervalos indicados. Ache, então, um valor c que satisfaça a conclusão do teorema do valor médio.
   $(a)\ f(x) = x^2 + 2x - 1;\quad [0, 1]$
   $(b)\ f(x) = x^3 + x^2 - x;\quad [-2, 1]$
   $(c)\ f(x) = x^{2/3};\quad [0, 1]$

8. Seja $c \in \mathbb{R}$ constante. Use o teorema de Rolle para provar que a equação $x^3 + 2x + c = 0$ não pode ter mais do que uma raíz real.

9. Faça o seguinte para as funções f abaixo (obs: dependendo do caso alguns dos pontos não dará para fazer):

   (i) explicite o domínio da f;

   (ii) determine os zeros da f e os intervalos onde f é positiva e/ou negativa;

   (iii) determine os intervalos onde f é crescente e/ou decrescente;

   (iv) ache os pontos de máximo e mínimo locais de f;

   (v) determine, se possível, onde f é côncava para cima e para baixo e destaque os pontos de inflexão;

   (vi) determine as assíntotas;

   (vii) faça um esboço do gráfico de f.

   $(a)\ f(x) = x^3 - 12x + 1$ $\quad (b)\ f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^4}$ $\quad (c)\ f(x) = 2\cos(3x)$ $\quad (d)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$
   $(e)\ f(x) = \dfrac{x^2+4}{x}$ $\quad (f)\ f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ $\quad (g)\ f(x) = \dfrac{2}{x^2+3}$

$(h)\ f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad(i)\ f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ $\quad(j)\ f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{|1-x^2|}}$

$(k)\ f(x)=\dfrac{x^2}{2x+5}$ $\quad(l)\ f(x)=\dfrac{1}{x-1}-x$ $\quad(m)\ f(x)=x^4-x^2$ $\quad(n)\ f(x)=\sqrt{|x^2-2|}$

10. Encontre o ponto sobre a reta $y = 4x + 7$ que está mais próximo da origem.

11. Encontre o ponto sobre a parábola $x + y^2 = 0$ que está mais próximo do ponto $(0, -3)$.

12. Considere o gráfico da função $f : [-2, 3/2] \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ e o ponto P de coordenadas $(0, 3/2)$:
    a) encontre o ponto A pertencente ao gráfico, que tenha distância máxima de P;
    b) encontre o ponto B pertencente ao gráfico, que tenha distância mínima de P.

Gabarito

Exercício 1 e) $x = k\pi/6$, $k \in \mathbb{Z}$ g) $z = -1/2$

Exercício 2:

(a) -2 mín (global), -1 máx (local), 0 mín (local), 1 máx, (global).

(b) 0 e 2 mínimos (globais), 1 máx (local), 3 máx (global).

(c) 1 mín (global), 1/2 máx (local), 2 máx (global).

(d) 2 mín (global), -1 mín (local), 0 máx, (global).

(f) -1 máx (local), 2 máx (global), 0 mín (global).