

9ª Lista de Exercícios de SMA5802 Equações diferenciais ordinárias

Eugenio Massa

Aulas n.19,20,21, dia 25-5-2011

1. Exercícios do Hildebrando: pag178 n9.
2. Seja A uma matriz real $n \times n$ cujos autovalores tem parte real diferente de zero.
 - a) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ contínua e limitada: mostre que $y' = Ay + f(t)$ possui uma única solução limitada (em todo \mathbb{R}) e essa é dada por

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t e^{A(t-s)} \Pi^- f(s) ds + \int_{\infty}^t e^{A(t-s)} \Pi^+ f(s) ds.$$

- b) Seja $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ de classe C^1 e tal que $|F(t, x) - F(t, y)| \leq L|x - y|$ para todo $t \in \mathbb{R}$, $x, y \in \mathbb{R}^n$: mostre que para L suficientemente pequeno $y' = Ay + F(t, y)$ possui uma única solução limitada (em todo \mathbb{R}) e essa é dada por

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t e^{A(t-s)} \Pi^- F(s, \phi(s)) ds + \int_{\infty}^t e^{A(t-s)} \Pi^+ F(s, \phi(s)) ds$$

3. Determine a variedade instável e a variedade estável do problema $y' = Ay$ sendo $A = \begin{pmatrix} -8 & 10 & 2 \\ -5 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Dado o sistema

$$\begin{cases} x' = y - x - x^2 \\ y' = -x - x^2 \end{cases},$$

- determine os pontos de equilíbrio e faça um esboço do diagrama de fase do problema linearizado em cada ponto de equilíbrio;
- estude o sinal de x' e y' e sugira um possível diagrama de fase.

5. Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = -2x \\ y' = x^2 + x + y \end{cases}.$$

- Calcule a solução geral.
- Desenhe o retrato de fase do problema linearizado na origem.
- Calcule a variedade estável e instável do sistema completo e desenhe-as.
- Faça o mesmo com os dois sistemas abaixo.

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \\ z' = x^2 + y^3 + z \end{cases}, \quad \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y + x^2 \\ z' = x^3 + z \end{cases}.$$

6. Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -\varepsilon \sin(x) - y, \end{cases}$$

com $\varepsilon > 0$.

- Determine os pontos singulares.
- Desenhe o retrato de fase do problema linearizado em cada ponto singular.
- Estude o sinal de x' e y' e esboce um possível retrato de fase.
- Compare com o caso $\varepsilon = 0$.

ENTREGAR, até segunda dia 7 exercícios 2 e 4.