

3ª Lista de Exercícios de SMA5745 Equações diferenciais parciais

Eugenio Massa

Caracteristicidade de Problemas de Cauchy.

1. Considere a equação $u^2(u_x^2 + u_y^2 + 1) = 1$ com $u_y \geq 0$: diga se a condição de não caracteristicidade está satisfeita para os seguintes problemas de Cauchy:
 - a) $u(x, 0) = 3x$, em vizinhança de um ponto $(x, 0)$.
 - b) $u(\cos(t), \sin(t)) = 0.5$, $t \in (0, \pi)$
 - c) $u(\cos(t), \sin(t)) = 1$, $t \in (0, \pi)$
 - c) $u(\cos(t), \sin(t)) = 2$, $t \in (0, \pi)$
 - c) $u(\cos(t), \sin(t)) = \phi(t)$, $t \in (0, \pi)$: dar condições sobre ϕ .

2. Dê condições sobre f e g para que o seguinte problema de Cauchy não seja característico:

$$\begin{cases} u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy} = 0 \\ u(x, 0) = f(x), \quad u_y(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

b) repita com a condição $u(x, x) = f(x)$, $u_n(x, x) = g(x)$ sendo $n = (1, -1)/\sqrt{2}$

3. Para as equações

$$eq1) \quad u_{xx}u_{xxx} + u_{yy}^2(u_y + 1) = x^2, \quad eq2) \quad u_x + u_y(u - 1) = u^3 - 3,$$

$$eq3) \quad u_{xx} + 2u_{yx} - 3u_{yy} = u^2 - 3, \quad eq4) \quad u_{xx}u_{yy} + \arctan(u_{yy}) = 0,$$

responda às seguintes perguntas:

- a) qual é a ordem da equação?
- b) Ela é linear, semi-linear, quase-linear, totalmente não linear? (Justifique).
- c) Se k é a ordem da equação, o problema de Cauchy $\partial_y^i u = 0$ ($i = 0, \dots, k - 1$) sobre $S = \{y = 0\}$ é característico? (justifique).
- d) Para cada equação faça um exemplo de um problema de Cauchy que seja característico e de um que não seja.