

3ª Lista de Exercícios de SMA-180 Matemática Discreta

Eugenio Massa

Divisibilidade, módulos, MCD

1. Exercícios 1,5,9,10,11,14, 18 nas páginas 59,60 do livro (seção 2.1, pp72-74 do inglês).
2. Mostre, usando as propriedades de corpo, as seguintes afirmações:
 - a) o inverso multiplicativo é único;
 - b) $0 \cdot x = 0$
 - c) $\bar{1} \cdot x = \bar{x}$, onde \bar{x} é o oposto de x ;
3. Encontre exemplos (ou mostre que não existem) de
 - a) elementos de \mathbb{Z}_{15} que não sejam invertíveis.
 - b) $x, y, z \in \mathbb{Z}_{15}$ tais que $x \neq 0$, $y \neq z$ mas $xy = xz$
 - c) exemplos de $a, b \in \mathbb{Z}_{15}$ tais que a equação $a \cdot_{15} x = b$ não tenha solução.
 - d) exemplos de $a, b \in \mathbb{Z}_{15}$ tais que a equação $a \cdot_{15} x = b$ tenha mais de uma solução.
 - e) repita os pontos (a),(b),(c),(d) com \mathbb{Z}_{13} no lugar de \mathbb{Z}_{15}
4. Exercícios 1,2,3, 6, 7, 8, 15,19, nas páginas 74,75 do livro (seção 2.2, pp 90..93 do inglês).
5. Encontre $MCD(1094,189)$ e $MCD(2562,696)$.
6. Encontre $MCD(133,25)$ e $MCD(220,30)$.
Encontre também, nos dois casos, $i, j \in \mathbb{Z}$ tais que $MCD(a, b) = ia + jb$, usando o algoritmo de Euclides estendido.
7. Calcule
 - 1) $5^{20} \pmod{6}$,
 - 2) $7^{1001} \pmod{10}$,
8. Prove que
$$1000! \pmod{3^{300}} = 0$$
$$13! \pmod{1024} = 0$$
$$MCD(n, 2n + 1) = 1$$
$$MCD(2n + 1, 3n + 1) = 1.$$
$$MCD(n! + 1, (n + 1)! + 1) = 1.$$
9. Exercícios 4,5,12..14,21,22 nas páginas 74,75 do livro (seção 2.2, pp 90..93 do inglês).
10. Reveja os exercícios 5 e 6 e responda:
 - a) 189 Possui inverso em \mathbb{Z}_{1094} ? 696 Possui inverso em \mathbb{Z}_{2562} ?
 - b) 25 Possui inverso em \mathbb{Z}_{133} ? 30 Possui inverso em \mathbb{Z}_{220} ? Se sim, calcule o inverso.
11. Calcule
 - 1) $5^{20} \pmod{7}$,
 - 2) $7^{1001} \pmod{11}$,
 - 3) $81^{119} \pmod{13}$,
 - 4) $13^{216} \pmod{19}$.

12. Exercícios 1,3..10,12 nas páginas 84,85 do livro (seção 2.3, pp 104..106 do inglês).
13. Exercícios 1,4,5 nas páginas 91,92 do livro (seção 2.4, pp 114,115 do inglês).