

SMA336 - Matemática para Arquitetura II, 2006

Lista de Exercícios n. 5 - 18/10/2006

Exercício 1. Determine os pontos críticos das funções a seguir, descubra quais são os pontos de máximo ou mínimo local, usando o test da derivada primeira ou da derivada segunda e, quando possível, diga se são máximos ou mínimos locais ou globais.

Enfim esboce o gráfico das indicadas com (*), aproveitando as informações das derivadas primeira e segunda, e dos limites a $\pm\infty$.

$$\begin{array}{lll} (a) g(x) = x^3 + 7x^2 - 5x & (*) & (b) h(x) = x^{6/5} - 12x^{1/5} & (c) f(x) = \frac{x-3}{x+7} & (*) \\ (d) g(x) = \sin(x) & & (e) h(x) = e^x - x & (*) & (f) f(x) = \frac{x-3}{x^2+1} & (*) \\ (g) g(x) = x^2 - 4x + 1 & (*) & (h) h(x) = x^3 - x^2 - x & (*) & (i) f(x) = 2x\sqrt{3-x} & (*) \\ (l) g(x) = 3x^2 - 2x + 1 & (*) & (m) h(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 & (*) & (n) f(x) = x(x+2)^3 & (*) \end{array}$$

Sugestão: para as (b), (i) use apenas a derivada primeira.

Exercício 2. Ache os pontos de máximo e de mínimo (locais e globais) das funções dadas, nos intervalos indicados.

$$\begin{array}{ll} (a) f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4; & [-2, 1] & (b) f(x) = x|x-2|; & [0, 3] \\ (c) g(x) = x^2 + \frac{2}{x}; & [\frac{1}{2}, 2] & (d) g(x) = \sqrt{9-x^2}; & [-1, 2] \\ (e) h(x) = \frac{4}{(x-3)^2}; & [2, 5] & (f) f(x) = \sqrt{|x|}; & [-1, 2] \end{array}$$

Exercício 3. Considere uma viga de comprimento L embutida em paredes de concreto. Se uma carga constante W for distribuída uniformemente ao longo de seu comprimento, a viga assumirá a forma da curva de deflexão

$$y = -\frac{W}{24EI}x^4 + \frac{WL}{12EI}x^3 - \frac{WL^2}{24EI}x^2$$

onde $x \in [0, L]$, E e I são constantes positivas (E é o módulo de elasticidade de Young e I é o momento de inércia da secção transversal da viga). Esboce o gráfico da curva de deflexão.

Sugestão: calcule y e y' em 0 e em L , em seguida encontre os pontos críticos e considere o sinal de y' e y''

Exercício 4. Um campo retangular com uma área de $2.700m^2$ deve ser fechado e uma cerca adicional deve ser usada para dividi-lo ao meio. O custo da cerca do meio é \$12 por metro linear e ao longo dos lados a cerca custa \$ 18 por metro linear. Ache as dimensões do campo, de modo que o custo da cerca seja mínimo.

Exercício 5. Um edifício de um andar (de forma retangular) tendo $500m^2$ de piso deve ser construído, deixando um espaço de $5m$ na frente e no fundo e de $4m$ nas laterais, entre a borda

do lote e o muro do edifício. Ache as dimensões do lote de menor área onde esse edifício possa ser construído.

Exercício 6. Uma janela em estilo normando consiste em um retângulo com um semicírculo sobre ele. Se o perímetro de uma janela normanda for de 10 m, determine qual deve ser o raio do semicírculo e a altura do retângulo, tal que a janela deixe passar o máximo de luz.

GABARITO

Exercício 1:

- (a) -5 máx, $1/3$ mín, (locais)
- (b) 2 mín (global).
- (f) $3 \pm \sqrt{10}$ mín e máx (globais).
- (i) 2 máx (global), 3 mín (local).

Exercício 2:

- (a) -2 mín (global), -1 máx (local), 0 mín (local), 1 máx, (global).
- (b) 0 e 2 mínimos (globais), 1 máx (local), 3 máx (global).
- (f) -1 máx (local), 2 máx (global), 0 mín (global).

Exercício 4

45 m x 60 m

Exercício 5

35m x 28m

Exercício 6

Raio do semicírculo = $\frac{10}{4+\pi}m$ = altura do retângulo.