

1ª Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

Eugenio Massa

1. Para cada um dos seguintes conjuntos $A \subset \mathbb{R}$, determine $\text{int}(A)$, \overline{A} , $\text{int}(\overline{A})$ e $\overline{\text{int}(A)}$:
 - a) $A = \mathbb{Z}$;
 - b) $A = \mathbb{Q} \cap (0, 1)$;
 - c) $\{-1\} \cup \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$;
 - d) $A = (0, 1] \cup \{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\}$.
2. Verifique que são fechados os seguintes conjuntos:
 - a) \mathbb{Z} em \mathbb{R}
 - b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0\}$, no \mathbb{R}^2
3. Determine o conjunto dos pontos de acumulação de:
 - a) \mathbb{Z} no espaço \mathbb{R} ;
 - b) $A = \mathbb{Q} \cap (0, 1)$ em \mathbb{R} ;
 - c) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ em \mathbb{R}^2 ;
 - d) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$ em \mathbb{R}^2 .
4. Verifique que o único ponto de acumulação de $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ é o ponto 0.
5. Dos seguintes subconjuntos de \mathbb{R}^2 diga quais são fechados, abertos, limitados; em seguida calcule suas fronteiras.
 - a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$;
 - b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 1, y \leq 2\}$;
 - c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1, y < 2\}$;
6. Seja $C \subseteq \mathbb{R}^5$: $C = A \times B$, sendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ e $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x \leq 2\}$: diga se C é aberto, se é fechado, se é limitado.

GABARITO

Exercício 1 b) $\text{int}(\overline{A}) = [0, 1]$, $\overline{\text{int}(A)} = \emptyset$; c) $\text{int}(A) = \emptyset$, $\overline{A} = A \cup \{0\}$, ...

Exercício 3 a) \emptyset , d) $\mathbb{Z} \times \mathbb{R}$

Exercício 5 b) nem aberto nem fechado (por que?), não limitado, $\partial C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1, y \leq 2\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 1, y = 2\}$

Exercício 6 sugestão: os pontos $(0, 1, 1, 1, 1)$ e $(0, 0, 2, 1, 1)$ são de fronteira? pertencem a C ? Se $M > 0$ existe um posto de C cuja norma seja maior que M ?