0^{a} Lista de Exercícios de SMA-354 Cálculo 2

Eugenio Massa

Revisão de cálculo 1 (com g.a)

Exercício 1 Resolva as inequações (encontre o conjunto dos $x \in \mathbb{R}$ que a satisfazem):

a) $3x + 3 < x + 6$ **b)** $\frac{2x-1}{x+1} < 0$ **c)** $x(2x-1)(x+1) > 0$ **d)** $|3x-1| < \frac{1}{3}$

Exercício 2 *Desenhe as cônicas*

$(a)\, x^2 + y^2 = 1$ $(b)\, x^2 - y^2 = 1$ $(c)\, x^2 + y = 1$

$(d)\, x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ $(e)\, x^2 - y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ $(f)\, x^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

$(g)\, x^2 = 1$ $(h)\, x^2 = -1$

Exercício 3 Considere a função

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+6}$$

a) Diga qual é o domínio natural de f.

b) resolva a desigualdade $f(x) \leq 0$

c) resolva a desigualdade $f(x) > 1$

Exercício 4 Esboce o gráfico das funções abaixo.

$sin(x)$ $cos(x)$ $tan(x)$ $arctan(x)$

$ln(x)$ e^x $sinh(x)$ $cosh(x)$

$arcsin(x)$ $x^2 + x + 1$ $|x|$ $-2x + 1$

x^2 x^2 $\sqrt{x}$ $x^{1/3}$

x^{-1} x^{-2} $x^{-1/2}$ $x^{2/3}$

Exercício 5 Esboce o gráfico das funções abaixo.

$(a)\, f(x) = 3x - 1$ $(b)\, f(x) = x^2 - 1$

$(d)\, f(x) = 4 - |x|$ $(e)\, f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & se\ x \neq 2 \\ 0 & se\ x = 2 \end{cases}$ $(f)\, f(x) = \begin{cases} -2 & se\ x \leq 3 \\ 2 & se\ x > 3 \end{cases}$

$(g)\, f(x) = \sqrt{4 - 2x}$ $(h)\, f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & se\ x < 3 \\ 2x - 1 & se\ x \geq 3 \end{cases}$ $(i)\, f(x) = \begin{cases} x - 2 & se\ x < 0 \\ 0 & se\ x = 0 \\ x^2 + 1 & se\ x > 0 \end{cases}$

$(j)\, f(x) = cos(4x)$ $(k)\, f(x) = 3tan(x)$ $(l)\, f(x) = -4sen(x+1)$

$(m)\, f(x) = 3^{2x}$ $(n)\, f(x) = \ln(\frac{x}{2} + 1)$ $(o)\, f(x) = \sinh(x) + \cosh(x)$

$(p)\, f(x) = |\ln(|x|)|$ $(q)\, f(x) = \begin{cases} e^{-x} & se\ x < -1 \\ \frac{1}{e} & se\ x \in [-1, 1] \\ e^x & se\ x > 1 \end{cases}$ $(r)\, f(x) = \begin{cases} \sinh(x) + 1 & se\ x < 0 \\ \cosh(x-1) & se\ x \geq 0 \end{cases}$

Exercício 6 (*) Dada uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ da qual conhece o gráfico, como será o gráfico das seguintes funções? (Pense por exemplo no caso $f = sin$).

$(a)\, f(3x)$ $(b)\, f(x+3)$ $(c)\, 3f(x)$ $(d)\, f(x) + 3$

$(e)\, f(x/3)$ $(f)\, f(x-3)$ $(g)\, f(x)/3$ $(h)\, f(x) - 3$

$(i)\, f(2x-1)$ $(l)\, f(2(x-1))$ $(m)\, 5f(2x-1) + 3$ $(n)\, 5(f(2x-1) + 3)$

Exercício 7 Calcule:
(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin(x)}-1}{x}$ **(a)** $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{3-x}{5+3x}$ **(e)** $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{x+4}{x^2+x}$ **(g)** $\lim_{x\to 3^+} \dfrac{x^2-9}{x^2-6x+9}$

Exercício 8 *Calcule $g'(x)$ onde $g(x)$ é igual a*
(a) $x^3-x^2+37x-52$ *(b)* $17x^{19}+13\sqrt[3]{x}$ *(c)* $5+3x^{-2}$ *(d)* $\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{\sqrt{x}}$ *(e)* $\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$
(f) $\dfrac{x+\sqrt[4]{x}}{x^2+3}$ *(g)* $5x+\dfrac{x}{x-1}$ *(h)* $x\text{sen}x$ *(i)* $\dfrac{\cos x}{x^2+1}$ *(j)* $\dfrac{x+\text{sen}x}{x-\cos x}$
(n) x^2e^x *(o)* $\dfrac{x+1}{x\ln x}$ *(p)* $x^2\ln x+2e^x\cos x$

Exercício 9 *Calcule a derivada das funções a seguir*
(a) $f(x)=cos(5x)$ *(b)* $f(x)=sen(x^3)$ *(e)* $y(x)=(senx+cosx)^3$
(f) $y(x) = sen(cosx)$ *(g)* $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}}$ *(h)* $y(x)=e^{-x}senx$ *(m)* $f(x)=\ln(\ln(\ln x))$ *(n)* $f(x)=(2+\sin(x))^x$ *(o)* $f(x)=\frac{x^4\cos(e^x)}{1-x^2}$

Exercício 10 Esboce o gráfico das funções a seguir, seguindo o roteiro abaixo:
(a) $f(x)=x^3-12x+1$ (b) $f(x)=xe^{-3x}$ (d) $f(x)=x\ln x$ (e) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$
(g) $f(x)=\dfrac{2}{x^2+3}$ (h) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+4}$ (i) $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ (j) $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$
(k) $f(x)=\dfrac{x^2}{2x+5}$ (l) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}-x$ (m) $f(x)=e^x-x$ (n) $f(x)=\sqrt{|x^2-2|}$
(o) $f(x)=(x^3-4x^2+4x)e^{-x}$ (r) $f(x)=xe^{-x^2}$

1 Roteiro para esboço de gráficos

- Especificar o Domínio, discutir continuidade e derivabilidade (quantas vezes e onde).
- Discutir eventuais simetrias (par, ímpar, periódica).
- Calcular limites a $\pm\infty$, à fronteira do domínio, a pontos de descontinuidade (se houver!); discutir assíntotas (vert, horiz, oblíquas).
- Estudar sinal de f e raízes.
- Calcular f'. Procurar críticos, estudar sinal, eventuais limites interessantes.
- Encontrar máximos e mínimos locais.
- Colocar tudo isso no gráfico e fazer um primeiro esboço.
- Discutir máximos e mínimos globais
- VERIFICAR A COERÊNCIA DOS RESULTADOS!!!
- Calcular a derivada segunda, discutir a concavidade da função, encontrar os pontos de inflexão.
- Verificar de novo a coerência dos resultados e aperfeiçoar o gráfico com as informações da derivada segunda.