

SMA0800. GEOMETRIA ANALÍTICA

1^o SEMESTRE DE 2017

Lista de exercícios para a primeira prova

I. Os exercícios numerados das notas de aula: 1.1.2, 1.2.2, 1.2.3, 1.5.1, 1.5.2, 1.5.5, 1.5.6, 1.6.2, 1.9.3, 1.10.1, 2.2.1.

II. Os exercícios não-numerados das notas de aula:

- Mostre que a definição de multiplicação por escalar é correta (página 3 das notas de aula).
- Mostre as propriedades **DE**, **AM** e **DD** da multiplicação por escalar (página 3 das notas de aula).
- Deduz formalmente as propriedades $(-1) \cdot v = -v$ e $r \cdot (v_1 - v_2) = r \cdot v_1 - r \cdot v_2$ das propriedades **N**, **O**, **C**, **A**, **U**, **DE**, **AM** e **DD** (página 3 das notas de aula).
- Traduza uma descrição de reta para qualquer outra na lista de descrições de reta (página 9 das notas de aula).
- Traduza uma descrição de plano para qualquer outra na lista de descrições de plano (página 9 das notas de aula). Sugira uma nova descrição de plano que não fica nesta lista.

III. Outros exercícios (nos exercícios 2–11, um sistema de coordenadas está fixo):

- Usando vetores, mostre que o ponto de interseção das diagonais de um paralelogramo é o ponto médio de cada diagonal.
- Seja R a reta passando pelos pontos $p_1 := (1, -1, 1)$ e $p_2 := (4, -7, 10)$. Encontre uma descrição paramétrica e equações simétricas de R . Indique as coordenadas do ponto que divide o segmento $[p_1, p_2]$ na razão 1 : 2.
- Sejam $p_1 := (-1, 0, 1)$, $q_1 := (0, 2, 4)$, $p_2 := (0, 1, 0)$, $q_2 := (2, 4, 1)$, $p_3 := (5, 4, 3)$ e $q_3 := (2, -1, -1)$ pontos no espaço. O plano P é paralelo aos vetores $\overrightarrow{p_1q_1}$, $\overrightarrow{p_2q_2}$ e $\overrightarrow{p_3q_3}$ (verifique que estes são coplanares) e passa pelo ponto $(0, 1, 0)$. O vetor $(1, -1, -5)$ é um vetor diretor da reta R que passa pelo ponto $(0, 1, 5)$. O plano P' contém a reta R e o ponto $(2, 2, 10)$. Mostre que a interseção dos planos P e P' é uma reta e procure uma descrição paramétrica desta reta.
- Encontre a interseção do plano P passando pelos pontos p_1, p_2, p_3 e da reta R passando pelos pontos q_1, q_2 . Considere os casos seguintes:
 - $p_1 = (-1, 1, 0)$, $p_2 = (0, -1, 3)$, $p_3 = (-4, 3, -1)$, $q_1 = (-2, 1, 1)$, $q_2 = (-2, -1, 5)$;
 - $p_1 = (0, 1, -2)$, $p_2 = (3, 0, 0)$, $p_3 = (5, 0, 3)$, $q_1 = (1, 5, -1)$, $q_2 = (0, 3, -4)$;
 - $p_1 = (3, 0, 0)$, $p_2 = (3, 1, 0)$, $p_3 = (3, 0, 1)$, $q_1 = (1, 2, 3)$, $q_2 = (1, 3, 1)$;
 - $p_1 = (-1, -2, -4)$, $p_2 = (-2, -4, -1)$, $p_3 = (-4, -1, -2)$, $q_1 = (-4, -2, -1)$, $q_2 = (-2, -1, -4)$;
 - $p_1 = (4, 1, 2)$, $p_2 = (2, 4, 1)$, $p_3 = (1, 2, 4)$, $q_1 = (2, 1, 4)$, $q_2 = (4, 2, 1)$.
- Seja R a reta passando pelos pontos p_1 e p_2 e seja R' a reta passando pelos pontos p'_1 e p'_2 . Determine as posições relativas das retas R e R' . (São iguais, paralelas, coplanares, reversas?) Procure as coordenadas do ponto de interseção (se este existir), a equação geral do plano que contém as retas R e R' (se este existir) ou as equações gerais dos planos paralelos P, P' contendo respectivamente as retas R, R' . Considere os casos seguintes:

- $p_1 = (1, 2, 3)$, $p_2 = (2, 3, 4)$, $p'_1 = (2, 2, 3)$, $p'_2 = (-1, 0, 2)$;
- $p_1 = (3, 2, 1)$, $p_2 = (0, 1, 0)$, $p'_1 = (1, 0, 1)$, $p'_2 = (-5, -2, -1)$;
- $p_1 = (0, 2, -1)$, $p_2 = (-1, 5, -4)$, $p'_1 = (\frac{1}{2}, 0, 1)$, $p'_2 = (0, 1, 0)$;
- $p_1 = (-1, 1, 1)$, $p_2 = (1, 0, 4)$, $p'_1 = (-3, 2, -2)$, $p'_2 = (5, -2, 10)$;
- $p_1 = (-3, -1, 2)$, $p_2 = (3, 1, -2)$, $p'_1 = (-3, -2, 2)$, $p'_2 = (3, 2, -2)$;
- $p_1 = (0, -1, 1)$, $p_2 = (4, 5, 3)$, $p'_1 = (3, 4, 5)$, $p'_2 = (4, 6, 8)$.

6. Quantos planos interceptam os eixos coordenados ox_1 , ox_2 e ox_3 respectivamente nas distâncias 2016, 2017 e 2018 da origem? Escreva a equação geral de um destes planos.

7. Com o uso de escalonamento e pivotização, descreva parametricamente todas as soluções do sistema

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \\ 3x_1 + 13x_2 + 12x_3 + 14x_4 = 0 \end{cases}$$

8. Seja $\left[\begin{array}{ccc|c} a & 0 & 1 & -1 \\ 0 & a & b & 1 \\ a & a & 1 & b \end{array} \right]$ a matriz aumentada de um sistema de equações lineares. Para quais valores de a e b o sistema admite solução com duas variáveis livres?

9. Usando a fórmula de matriz inversa, resolva o sistema $\begin{cases} x_1 + x_3 = 20 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$.

10. Para $M := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcule $\det(M^{2016})$. Usando escalonamento, encontre a matriz inversa M^{-1} .

11. Para o sistema de equações lineares $M \cdot X = C$, onde $M := \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$ e $C := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, procure todas as soluções na forma $S_0 + p_1 \cdot S_1 + p_2 \cdot S_2$, onde p_1 e p_2 são parâmetros reais e S_1, S_2 são soluções apropriadas do sistema homogêneo associado.

IV. Exercícios legais das notas de aula:

- a. Três exercícios sem número no item 1.5.7.
- b. Um exercício sem número no item 1.14.