

SMA0800. GEOMETRIA ANALÍTICA

1^o SEMESTRE DE 2017

Lista de exercícios para a segunda prova

I. Os exercícios numerados das notas de aula: 3.1.2, 3.1.3, 3.1.4, 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3, 3.2.4, 3.3.1, 3.5.2, 3.6.1, 4.4.1, 4.5.1, 4.5.2, 4.6.1, 4.6.2, 4.6.3.

II. Os exercícios não-numerados das notas de aula:

- Prove a desigualdade triangular: $|v_1 + v_2| \leq |v_1| + |v_2|$ para quaisquer vetores v_1 e v_2 .
- Convença-se que as três definições de produto vetorial dadas no início do item 3.2 são equivalentes.
- Efetue um cálculo mencionado no segundo parágrafo do item 4.1.4.
- Por que, para quaisquer números reais s_{11}, s_{12}, s_{22} , sempre existe um número real α satisfazendo a equação $\frac{s_{22}-s_{11}}{2} \sin 2\alpha + s_{12} \cos 2\alpha = 0$?
- Usando as ferramentas desenvolvidas no item 4.3, verifique a lista intitulada **Classificação de cônicas**.

III. Outros exercícios (nos exercícios 2–15, está fixo um sistema cartesiano de coordenadas com orientação direita) :

- Sejam p_1, p_2, p_3 os vértices de um triângulo equilátero cujo lado tem comprimento 7. Calcule o produto escalar $\vec{p_1p_2} \cdot \vec{p_2p_3}$.
- Sejam $p := (1, 0, -1)$ e $q := (-1, 2, 3)$. Escreva a equação geral do *plano medidor* do segmento $[pq]$, isto é, do plano formado por todos os pontos do espaço cujas distâncias a p e a q são iguais.
- Calcule o ângulo entre os vetores \vec{pq} e v , onde $p := (1, 0, 1)$, $q := (3, 1, -2)$ e $v := (2, 1, -1)$.
- Sejam α_1, α_2 e α_3 os ângulos diretores de um vetor v . Qual das seguintes variantes é possível (indique um vetor v caso exista) ?
a. $\alpha_1 = \pi/3, \alpha_2 = \pi/3, \alpha_3 = \pi/4$; **b.** $\alpha_1 = \pi/4, \alpha_2 = \pi/3, \alpha_3 = \pi/4$.
- Sejam $p := (1, 0, 1)$, $q := (3, 1, -2)$, $p' := (0, 1, 0)$ e $d := (2, 1, -1)$. Seja R a reta passando por p e q e seja R' a reta passando por p' com o vetor diretor d . Calcule o ângulo entre R e R' . Verifique se R e R' são reversas.
- Seja P o plano dado pela equação $2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2017$ e seja P' o plano passando pelos pontos $(2017, 2017, 0)$, $B(2018, 2018, 0)$ e $C(2017, 2017, -1)$. Calcule o ângulo entre P e P' .
- Seja P o plano dado pela equação $x_2 - x_3 = 7$ e seja R a reta passando por $(2016, 2017, 2018)$ cujo vetor diretor é $(\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2})$. Calcule o ângulo entre R e P .
- Seja P o plano dado pela equação $3x - 4z + 5 = 0$ e seja $p := (-1, -3, -2)$. Calcule a distância entre p e P .
- Seja $(2, -1, 2)$ o vetor normal para dois planos P_1 e P_2 que passam respectivamente pelos pontos $(0, 1, 2)$ e $(1, 3, 5)$. Calcule a distância entre P_1 e P_2 .
- Encontre s e t tais que $v \wedge w = \vec{0}$, onde $v := (s, s + 1, t + 2)$ e $w := (1, 0, t - 2s)$.
- Sejam v e w vetores tais que $|v| = 2$, $|\vec{w}| = 3$ e $|v \wedge w| = 3$. Qual pode ser o ângulo entre v e w ?

12. Seja R_1 a reta passando por $p := (1, -2, 2)$ e $(-1, 2, -2)$, seja R_2 a reta passando por $(4, \sqrt{2} + 1, \sqrt{2} - 1)$ e $(-4, \sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$. Calcule a distância entre R_1 e R_2 . Determine a reta R perpendicular às retas R_1 e R_2 que intercepta ambas as R_1 e R_2 . Calcule a distância entre R e R_1 . Calcule a distância entre p e R_2 .

13. Calcule o volume do tetraedro com vértices $o := (-1, 0, -1)$, $p_1 := (0, 6, 0)$, $p_2 := (0, 2, -1)$, $p_3 := (0, 0, 0)$. Determine a orientação (direita ou esquerda?) do sistema de coordenadas $o, \overrightarrow{op_1}, \overrightarrow{op_2}, \overrightarrow{op_3}$. Calcule o comprimento da altura do tetraedro traçada do vértice p_1 .

14. Seja o, v_1, v_2 um sistema de coordenadas no plano (não necessariamente cartesiano). Os vetores v'_1 e v'_2 têm as coordenadas $(1, 2)$ e $(3, 4)$, respectivamente. Os pontos o' e p têm as coordenadas $(5, 6)$ e $(7, 8)$, respectivamente. Calcule as coordenadas do ponto p no sistema o', v'_1, v'_2 .

15. Seja C uma cônica dada pela equação $f(x, y) = 0$. Determine todos os centros de simetria de C , todas as retas de simetria de C , todos os focos de C , todas as assíntotas de C e todas as diretrizes de C . Considere os casos seguintes:

- $f(x, y) := 91x^2 + 84y^2 - 24xy - 24x + 168y - 216$,
- $f(x, y) := -37x^2 + 12y^2 + 107xy - 74x + 107y - 37$,
- $f(x, y) := 16x^2 + 9y^2 - 24xy - 15x + 20y$,
- $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2 - 12xy$,
- $f(x, y) := 4x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3$,
- $f(x, y) := 5x^2 + 5y^2 + 26xy + 26x + 10y - 67$,
- $f(x, y) := x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y - 3$,
- $f(x, y) := x^2 + 11y^2 - 10\sqrt{3}xy + 16$.

IV. Exercícios legais das notas de aula:

- a. Sete exercícios sem número no item 3.1.9.
- b. Uma questão sem número no item 3.2.6.
- c. Três exercícios sem número no item 4.7.
- d. Dois exercícios sem número no item 4.8.
- e. Um exercício sem número no item 5.3.