5.^{a} Lista de Exercício de SMA-304 Álgebra Linear

Exercício 1. Uma companhia de transportes dispõe de 4 caminhões com capacidade para transportar 5.000 kg, 4 caminhões de 10.000 kg de capacidade e 2 caminhões de 20.000 kg de capacidade. O custo por hora dos caminhões do primeiro tipo é 200 reais, do segundo 300 reais e do terceiro 400 reais. Como devem ser usados os caminhões para transportar uma carga de 80.000 kg, para que o custo seja mínimo?

Exercício 2. Uma indústria produz porcas, parafusos e pregos, podendo usar dois métodos distintos (mas não simultaneamente) para produzi-los. O primeiro método produz 3.000 porcas, 2.000 parafusos e 2.500 pregos por hora, enquanto o segundo produz 4.000 parafusos e 4.000 pregos por hora, mas nenhuma porca. A indústria trabalha 18 horas por dia e tem uma encomenda de 5.000 porcas, 5.000 parafusos e 5.000 pregos. Durante quantas horas ela deve empregar cada método para fazer a entrega o mais rapidamente possível?

Exercício 3. Verifique se o operador é diagonalizável e, em caso positivo, determine uma base ordenada que diagonaliza o operador e dê a representação matricial nesta base.

$a)A : R^3 \times R^3,\ A(x, y, z) = (x, x + 2y, x + y - 3z).$

$b)A : R^3 \times R^3,\ A(x, y, z) = (x - y, 2x + 2y + 2z, x + y - 2z).$

$c)A : R^3 \times R^3,\ A(x, y, z) = (x - 2y, 3y - 4z, -y + 3z).$

$d)A : R^3 \times R^3,\ A(x, y, z) = (x, x + 2y, x + y - 3z).$

$e)A : C^3 \times C^3,\ A(x, y, z) = (x, -2x + y + 2z, -2x + 2y + 3z).$

$f)A : R^2 \times R^2,\ A(x, y) = (5x - y, x + 3y).$

$g)A : R^3 \times R^3,\ A(x, y, z) = (y, z, -x - y).$

Exercício 4. Assinale **V**(erdadeiro) ou **F**(also):

( ) Os operadores A e A^t tem os mesmos autovetores.

( ) Sejam a matriz de um operador $A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ na base canônica e M uma matriz cujas colunas são autovetores L.I. de A. Então $M^{-1}AM$ é diagonal.

( ) Se λ é autovalor do operador invertível A então λ^{-1} é autovalor de A^{-1}.

( ) O polinômio característico do operador $A + B$ é a soma dos polinômios característicos de A e B.

( ) Duas matrizes triangulares semelhantes são iguais.

Exercício 5. Para quais valores de a as matrizes abaixo são diagonalizáveis?

$$a)\ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \qquad b)\ B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercício 6. Mostre que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ é semelhante à matriz $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Calcule: A^{100} e A^{1000}.

Exercício 7. Determinar $M \in M_3(\mathbb{R})$, inversível, tal que $M^{-1}AM$ seja diagonal onde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Exercício 8. Achar uma matriz diagonal semelhante à matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -6 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercício 9. Encontre a forma de Jordan do seguinte operador $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ representado pela matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercício 10. Qual é a forma canônica de Jordan de uma matriz real 3×3, sabendo que seu polinômio característico tem apenas uma raiz real com multiplicidade algébrica 1?

Exercício 11. Discutir as possíveis formas canônicas de Jordan da matriz real:

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & b & 3 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$