2ª Lista de Exercícios de Cálculo I

Professor: Maria Aparecida Soares Ruas | 17 de Março de 2006

Exercício 2.1

Classifique as funções abaixo em *constante*, *linear*, *polinomial*, *racional*:

1) $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^2$ 2) $f(x) = x^{-3}$ 3) $f(x) = \dfrac{3x^2+3}{x^2+1}$

4) $f(x) = 3 - 2x$ 5) $f(x) = c$ 6) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x^2}$

Exercício 2.2

1) Mostre que para toda funcão $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ existe uma função par g e uma função mpar h tal que $f(x) = g(x) + h(x)$.
2) Quais das seguintes funções abaixo são pares e quais são mpares:

i) $f(x) = x^3$ *ii)* $f(x) = |x|$ *iii)* $f(x) = x(x^3 - x)$

iv) $f(x) = x^4 + x^2$ *v)* $f(x) = \dfrac{x^3+x}{x^2+1}$ *vi)* $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

Exercício 2.3

Verifique quais das funções abaixo são periódicas e nos casos em que forem periódicas encontrar o perodo fundamental:

1) $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$ 2) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(\pi x)$
3) $f(x) = [x]$ 4) $f(x) = 3\cos(x+2)$

Exercício 2.4

1)Converta de graus para radianos:

i) 15^o *ii)* 105^o *iii)* 135^o *iv)* 630^o

2) Converta de radianos para graus:

i) $\dfrac{5\pi}{3}$ *ii)* $\dfrac{7\pi}{15}$ *iii)* $\dfrac{25\pi}{3}$ *iv)* $\dfrac{\pi}{5}$

Exercício 2.5

Um ponto se move de tal modo que a razão de suas distâncias a dois pontos fixos é uma constante $c \neq 1$. Mostre que o lugar geométrico desses pontos é uma circunferência.

Exercício 2.6

2) Se $h \neq 0$ calcule $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ para as seguintes funções:

i) $f(x) = x^2 + x$ *ii)* $f(x) = 3x + 5$ *iii)* $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ *iv)* $f(x) = x^3$

Exercício 2.7

1) Quando uma função é injetora?
2) Quando uma função é sobrejetora?
3) Quando uma função é bijetora?

4) Em cada um dos itens abaixo diga se a função é injetora, sobrejetora, bijetora:

i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x + 1$ *ii)* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$

iii) $f : [0, \infty)$ dada por $f(x) = x^2 + 4$ *iv)* $f : [0, \infty) \to [4, \infty)$ dada por $f(x) = x^2 + 4$

v) $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \mathrm{tg}(x)$ *vi)* $f : [0, \frac{3\pi}{2}] \to [-1, 1]$ dada por $f(x) = \cos(x)$

5) Defina função inversa de uma função dada. Lembremos que se f é uma função que admite função inversa então a função inversa de f será denotada por f^{-1}.

6) Se f é uma função que admite função inversa então f^{-1} é igual a $\frac{1}{f}$?

7) Mostre que uma função admite função inversa se, e somente se, ela for bijetora.

8) Para os itens do exerccio 4) acima nos quais a função admite função inversa encontrá-la.

Exercício 2.8

Um homem de 1,80 metros de altura está parado, ao nível da rua, perto de um poste de iluminação de 4,50 metros que está aceso. Exprima o comprimento de sua sombra como função da distância que ele está do poste.

Exercício 2.9

Um tanque, com água, tem a forma de um cone circular reto, com vértice apontando para baixo. O raio da base do cone é igual a 9 metros e sua altura é de 27 metros. Exprima o volume de água no tanque como função de sua profundidade.

Exercício 2.10

Um objeto é lançado, verticalmente, e sabe-se que no instante t segundos sua altura é dada por $h(t) = 4t - t^2$ quilômetros, $0 \leq t \leq 4$.

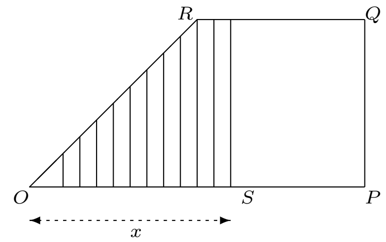
a) esboce o gráfico de $h = h(t)$.

b) Qual a altura máxima atingida pelo objeto? Em que instante essa altura é atingida?

Exercício 2.11

Na figura ao lado, $OPQR$ é um trapézio tal que $\overline{OP} = 10$ cm, $\overline{PQ} = \overline{QR} = 5$ cm. A partir de um ponto S, pertencente ao lado OP, traça-se uma perpendicular a esse lado. Sendo $\overline{OS} = x$, a área A da região sombreada na figura ao lado é uma função de x, isto é, $A = A(x)$. Encontre essa função.

Observação: A lei que define a função não precisa ser obrigatoriamente a mesma no seu domnio inteiro que é $[0, 10]$.



Exercício 2.12

Esboce o gráfico das funções: (i) $f(x) = x - [x]$, (ii) $f(x) = \frac{1}{x-1}$, (iii)$g(x) = -cosx + 4$.