5ª Lista de Exercícios de Cálculo I

Professor: Maria Aparecida Soares Ruas — *19 de Maio de 2006*

Exercício 5.1

Calcular $f'(x)$ nos seguintes casos:

$a)\ f(x) = 37,$ $\quad b)\ f(x) = 17x - 65$ $\quad c)\ f(x) = x^3 + x$

$d)\ f(x) = (1+\sqrt{x})^2$ $\quad e)\ f(x) = \dfrac{6}{x^2}$ $\quad f)\ f(x) = \dfrac{3x^3 - 2x^2 + 4}{4x^3 + 5x^2}$

$g)\ f(x) = \dfrac{\cos(x)\operatorname{cotg}(x)}{\sec(x) - \cos(x)}$ $\quad h)\ f(x) = \dfrac{2\cos(x)}{x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$ $\quad i)\ f(x) = \dfrac{x^3 \sec(x)\operatorname{tg}(x)}{(x^2+1)\cos(x)}$

$j)\ f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\dfrac{3x+1}{x}\right)$ $\quad k)\ f(x) = \arccos\left(\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ $\quad l)\ f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+x}}$

(1)

Exercício 5.2

Considere $f : R \to R$ definida por $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x^2, & 1 \leq x \leq 9 \\ 27\sqrt{x}, & x > 9 \end{cases}$.

a) Determine os pontos $x \in R$ onde f é diferenciável.
b) Onde existe f^{-1}, isto é, a função inversa de f?
c) Determine os pontos onde f^{-1} é diferenciável e calcule $(f^{-1})'$ nesses pontos.

Exercício 5.3

Encontre, em cada um dos itens abaixo, $\dfrac{dy}{dx}$, onde $y = y(x)$ é dada implicitamente pelas equações abaixo:

$a)\ \cos^2(x+y) = 1/4$ $\quad b)\ y^3 = \dfrac{x-y}{x+y}$ $\quad c)\ (y^2-9)^4 = (4x^2+3x-1)^2$

$d)\ x^3 + x^2y - 2xy^2 + y^3 - 1 = 0$ $\quad e)\ \operatorname{sen}(xy) + y - x^2 = 0$ $\quad f)\ xy + 16 = 0$

$g)\ x\operatorname{arctg}(x) + y^2 = 4$ $\quad h)\ \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+2y} = 6$ $\quad i)\ \operatorname{senh}(x^2y) + \cosh(y^2 - \cos(xy)) = 2$

Exercício 5.4

Nos correspondentes itens do exercício acima, encontre o valor de $\dfrac{dy}{dx}(x_0)$ onde:

$a)\ x_0 = 0$ e $0 \leq y \leq \pi$ $\quad b)\ x_0 = 0$ e $y \neq 0$ $\quad c)\ x_0 = -1$ e $y \geq 0$

$d)\ x_0 = 1$ e $y \neq 0$ $\quad e)\ x_0 = 0$ $\quad f)\ x_0 = -2$

$g)\ x_0 = 0$ e $y \geq 0$ $\quad h)\ x_0 = 0$ $\quad i)\ x_0 = 0$ e $y \geq 0$

Exercício 5.5

Em cada uma das questões abaixo responda se a afirmação é verdadeira ou falsa. Se verdadeira esboce as idéias de uma prova e se falsa dê um contra exemplo.

(1) A tangente á curva $y = 1 - x^2$ em $(1,0)$ a reta $x + y - 2 = 0$.
(2) Um objeto cuja posição no tempo t é $p(t) = t^3$ tem velocidade 3 em $t = 1$.
(3) Um objeto cuja posição no tempo t é $p(t) = \operatorname{sen} t$ tem velocidade 1 em $t = 0$.
(4) Um objeto cuja posição no tempo é $p(t) = 5\cos 2t$ tem velocidade nula em $t = 0$.
(5) $\lim\limits_{x\to 0} x \operatorname{sen}\dfrac{2}{x}$ $\quad$ (6) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x+2}$ qquad não existe, $\quad$ (7) $\lim\limits_{x\to -1} x + 1 = 3$
(8) Se $f(t) = \operatorname{sen} t$ então $f'(0) = 0$.

(9) Se $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = \operatorname{sen} x$ então $\lim\limits_{x\to 0} f(g(x)) = f(lim_{x\to 0} g(x))$.

(10) $\lim\limits_{x-1} \dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x}{x-1} - \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x \to 1}$.

(11) A função $f(x) = x|x|$ é contínua em $x = 0$.

(12) A função $f(x) = \frac{1}{x}$ é diferenciável em seu domínio.

(13) A função $f(x) = x|x|$ é diferenciável em $x = 0$.

(14) Se f e g são diferenciáveis então

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g'(x)$$

(15) Se f e g são diferenciáveis então $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

(16) Se $f'(c)$ existe então $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.

(17) Se f é contínua em x_0 então f é diferenciável em x_0.

(18) Para fazer $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ contínua em $x = 0$ devemos definir $f(0) = 0$.

(19) Se f é descontínua em $x = a$ então $f'(a)$ não existe.