Gabarito Lista 7

1. a) Se f é contínua, equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(p, f(p))$ é dada por

$$y - f(p) = m_p(x - p), \qquad \text{onde } m_p = \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}.$$

Observe que

$$m_9 = \lim_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{9}}{x - 9} = \frac{1}{6}.$$

Logo, a equação da reta tangente é $y = \frac{x}{6} + \frac{3}{2}$.

b) Seguindo o mesmo processo do item anterior,

$$m_1 = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x - (1^2 - 1)}{x - 1} = 1.$$

Logo, a equação da reta tangente é $y = x - 1$.

2. Observe que

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 + 2 - 3}{x - 1} = 2$$
$$\lim_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{-x + 4 - 3}{x - 1} = -1.$$

Como os limites laterais são diferentes, segue que a derivada, que seria dada por

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1},$$

não existe.

3. Uma possível função contínua em $\mathbb{R}$ mas não diferenciável em x $\in$ [-1,0,1] é $f(x) = |x^3 - x|$

4. A função é contínua, pois,

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0) = 0.$$

E a função é derivável, pois,

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} -x = 0 \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} x = 0,$$

isto é, o limite $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ existe.

5. a) 82,6 m/s
b) 22,857 s
c) -112 m/s

6. a) 8 m/s
b) 10 m/s
c) 48 m/s