Lista 8
Cálculo I – SMA0353
Prof. Fernando Manfio

Assunto: A regra da cadeia

1. Calcule a função derivada das seguintes funções.

(a) $f(x) = x^2 \sin x$

(b) $f(x) = x^2 \cos(1 + x^2)$

(c) $f(x) = (\sin x + \cos x)^3$

(d) $f(x) = \cos^3(x^3)$

(e) $f(x) = \sin(\cos x)$

(f) $f(x) = \frac{4x+5}{x^2-1}$

2. Seja $y = f(x)$ uma função derivável tal que, para todo $x \in \mathrm{Dom}(f)$, tem-se

$$xf(x) + \sin(f(x)) = 4.$$

Calcule $f'(x)$.

3. Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável e g dada por $g(x) = f(e^{2x})$. Supondo que $f'(1) = 2$, calcule $g'(0)$.

4. Sejam $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável e f dada por $f(x) = xg(x^2)$. Calcule $f'(x)$.

5. Seja $y = f(x)$ uma função derivável num intervalo aberto I, com $1 \in I$. Suponha que $f(1) = 1$ e que, para todo $x \in I$, $f'(x) = x + (f(x))^3$.

(a) Mostre que $f''(x)$ existe para todo $x \in I$.

(b) Calcule $f''(1)$.

(c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 1.

6. Seja $y = \frac{1}{x^2+1}$, onde $x = x(t)$ é uma função definida e derivável em $\mathbb{R}$. Mostre que, para todo $t \in \mathbb{R}$, tem-se

$$\frac{dy}{dt} = -2xy^2\frac{dx}{dt}.$$

7. Seja f uma função derivável e suponha que, para todo $x \in Dom(f)$, tem-se $3x^2 + x\sin(f(x))$. Calcule $f'(x)$.

8. A função derivável $y = f(x)$ é tal que, para todo $x \in Dom(f)$, o ponto $(x, f(x))$ é solução da equação $xy^3 + 2xy^2 + x = 4$. Sabendo-se que $f(1) = 1$, calcule $f'(1)$.

Assunto: O teorema da função inversa

9. Calcule:

(a) $\arcsin 1$

(b) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\arctan \sqrt{3}$

(d) $\arctan\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

10. Determine a função inversa das seguintes funções e esboce os gráficos das funções f e f^{-1}.

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

(c) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

11. Calcule a função derivada das seguintes funções:

(a) $y = \arctan x$

(b) $y = \arccos x$

(c) $y = x \arctan x$

(d) $y = \arcsin(3x)$

(e) $y = \arcsin(e^x)$

12. Considere a função $f(x) = e^x + x$. Mostre que f possui uma inversa e use o Teorema da Função Inversa para calculá-la.