

**Lista de exercícios propostos de  
Variáveis Aleatórias  
Estatística I**

**OBS:** Os exercícios estão dispostos em ordem de dificuldade.

1. (*Walpole et al. E.3.3 e 3.8*). Considere  $W$  a variável aleatória definida como o número de caras menos o número de coroas com três jogadas de uma moeda.
  - (a) Considerando a moeda honesta, liste os elementos do espaço amostral para três lançamentos da moeda e, para cada ponto amostral, atribua um valor de  $w$  de  $W$ .
  - (b) Assumindo que a moeda seja viciada, de modo que cara seja duas vezes mais provável de ocorrer do que uma coroa, determine a distribuição de probabilidade da variável aleatória  $W$  e também a função de distribuição acumulada.
  - (c) Faça um esboço do gráfico das duas funções do item anterior ( $f(w)$  e  $F(w)$ ).

2. (*Walpole et al. E.4.84*). Assuma que a duração  $X$ , em minutos, de certo tipo de conversa ao telefone é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}} & , \text{ se } x > 0 \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Determine a duração média  $E(X)$  desse tipo de conversa ao telefone.
  - (b) Determine a variância e o desvio padrão de  $X$ .
  - (c) Determine  $E[(X + 5)^2]$ .
3. Seja  $X$  uma variável aleatória com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2), & \text{ se } -1 < x < 1, \\ 0, & \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Qual o valor de  $c$ ?
  - (b) Obtenha a função de distribuição acumulada de  $X$ .
  - (c) Calcule  $E(X)$  e  $V(X)$ .
4. Considere uma variável aleatória  $X$  com resultados possíveis  $0, 1, 2, \dots$ , e  $P(X = j) = (1 - a)a^j$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ 
  - (a) Para que valores de  $a$  o modelo acima tem sentido?
  - (b) Verifique que essa expressão representa uma legítima distribuição de probabilidade.
5. (*Ross, 4.5*). Suponha que  $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$ . Se  $E(X) = 3V(X)$ , encontre  $P(X = 0)$ .
6. (*Walpole et al. E.22*). Três cartas são retiradas, sucessivamente, de um baralho sem reposição. Determine a distribuição de probabilidade para a variável aleatória “número de espadas”.
7. (*Walpole et al. E.4.55*). Seja  $X$  a variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidade

$x$	-3	6	9
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Calcule  $E[(2X + 1)^2]$ , utilizando os cálculos de  $E(X)$  e  $E(X^2)$

8. A demanda diária de arroz em um supermercado, em centenas de quilos, é uma variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & \text{se } 0 \leq x < 1, \\ \frac{-x}{3} + 1, & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Qual a probabilidade, em um dia escolhido ao acaso, de se vender mais do que 150 Kg?  
(b) Em 30 dias, quanto o gerente do supermercado espera vender?  
(c) Qual a quantidade de arroz que deve ser deixada à disposição do público diariamente para que não falte o produto em 95% dos dias?
9. Num processo de fabricação, uma peça pode ser produzida com defeito com probabilidade 0,01. Neste caso, ela tem probabilidade igual a 0,5 de ser recuperada. O custo de cada peça produzida é R\$ 1,00, que será acrescido de mais R\$ 0,50, se precisar ser recuperada. As irre recuperáveis são descartadas. Sabendo que cada peça é vendida a R\$ 3,00, encontre a distribuição da variável aleatória “lucro por peça produzida”. Calcule o lucro esperado.
10. (*Ross, 4.1, pag 172*). Duas bolas são escolhidas aleatoriamente e sem reposição de uma urna contendo 8 bolas brancas, 4 bolas pretas e 2 bolas laranja. Suponha que nós ganhamos R\$ 2,00 para cada bola preta selecionada e perdemos R\$ 1,00 para cada bola branca selecionada. Seja  $X$  a variável aleatória que denota nossos ganhos. Quais são os possíveis valores de  $X$  e as probabilidades associadas a cada valor?
11. Demonstre as seguintes propriedades do valor esperado de uma variável aleatória  $X$ :
- (a) Se  $X = C$ , onde  $C$  é uma constante, então  $E(X) = C$ .  
(b) Se  $C$  é uma constante, então  $E(CX) = CE(X)$ .
12. Demonstre as seguintes propriedades da variância de uma variável aleatória  $X$ :
- (a) Se  $C$  for uma constante, então  $V(X + C) = V(X)$ .  
(b) Se  $C$  for uma constante, então  $V(CX) = C^2V(X)$
13. Um vendedor de cachorro quente trabalha na porta do estádio do Morumbi em dias de jogo. Ele pode deixar preparado 5, 6 ou 7 dúzias de sanduíches, que custam a ele R\$ 5 a dúzia. Sabe-se que a procura por cachorro quente ( $X$ ), no seu ponto, é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$X$	4	5	6	7
$p_i$	0,2	0,3	0,3	0,2

Sabe-se que cada dúzia de sanduíche é vendida a R\$ 12 e os sanduíches não vendidos vão para um canil que paga R\$ 2 pela dúzia. Qual é o número de dúzias de sanduíches que devem ser preparados de modo a maximizar o lucro médio do vendedor?