Nome e assinatura:

Nro. USP:

Terceira Prova - 13/02/2017
EST101 - Teoria das Probabilidades / PIPGEs
Prof. Pablo Martín Rodríguez

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

- A prova é individual, sem consulta, com duração de 2h30.
- Justifique adequadamente todas as questões, deixando claras as respostas.
- Se for constatada a existência de "cola" ou "cópia" durante a realização da prova, esta será anulada.

---

1. (2 pontos) Dizemos que a sequência de variáveis aleatórias $X_1, X_2, X_3, \ldots$ converge na r-ésima média, onde $r > 0$, para a variável aleatória X se
$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}\left(|X_n - X|^r\right) = 0,$$
o que denotamos por $X_n \xrightarrow{r} X$. Mostre que $X_n \xrightarrow{r} X$ implica $X_n \xrightarrow{P} X$.

2. (2 pontos) Suponha que o tempo transcorrido em minutos, em um determinado dia, desde a abertura de uma Agência dos Correios até a chegada do n-ésimo cliente, para $n \geq 1$, seja uma variável aleatória com distribuição Gama de parâmetros n e 1. Encontre uma aproximação para a probabilidade de que naquele dia o centésimo cliente chegue apenas após as duas primeiras horas do início das atividades da agência.

3. (2 pontos) O número de resfriados que uma pessoa sofre em um ano é uma variável aleatória de Poisson com parâmetro λ. Entretanto, suponha que o valor de λ mude de pessoa para pessoa, sendo igual a 1 em 70% da população e 4 nos 30% restantes. Se uma pessoa é escolhida ao acaso, qual é a esperança e a variância do número de resfriados que esta pessoa irá sofrer no próximo ano?

4. (2 pontos) Seja $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$. Calcule $Cov(Z, Z^2)$.

5. (2 pontos) Mostre que a função geradora de momentos de uma variável aleatória Gama de parâmetros n e λ, onde $n \in \mathbb{N}$ e $\lambda > 0$, é dada por
$$M(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - t}\right)^n,$$
para $t < \lambda$.