lista de exercícios complementar: Fórmula de Taylor - SMA0332 - Cálculo II

profa. Regilene Oliveira

1. Determine o polinômio de Taylor de ordem 1 da função dada, em torno de cada ponto (x_0, y_0) dado.
   (a) $f(x, y) = e^{x+5y}$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$;
   (b) $f(x, y) = x^3 + y^3 - x^2 + 4y$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;
   (c) $f(x, y) = sen(3x + 4y)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$;
   (d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $(x_0, y_0) = (3, 4)$;
2. Avalie o erro cometido quando se utiliza os respectivos polinômios de Taylor de ordem 1, como aproximação de cada uma das funções do exercício anterior nos pontos dados, se:
   - $|x| \leq 0,01$ e $|y| \leq 0,01$ nos itens (a), e (c);
   - $|x - 1| \leq 0,1$ e $|y - 1| \leq 0,1$ no item (b); e
   - $|x - 3| \leq 0,01$ e $|y - 4| \leq 0,01$ no item (d).
3. Seja $f(x, y) = ln(x + y)$.
   (a) Determine o polinômio de Taylor de ordem 1 de f em torno de $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;
   (b) Mostre que para todo $x \in \mathbb{R}^2$, com $x + y > 1$, tem-se
   $$|ln(x + y) - (x + y - 1)| < \frac{1}{2}(x + y - 1)^2.$$
4. Use a Fórmula de Taylor para $f(x, y)$ na origem, para encontrar aproximações quadráticas de f próximo da origem. Estime os erros de aproximação, se $|x| \leq 0,1$ e $|y| \leq 0,1$ em cada item.
   (a) $f(x, y) = e^y$;
   (b) $f(x, y) = e^y \cos y$;
   (c) $f(x, y) = \cos x \cos y$;
   (d) $f(x, y) = sen(x^4 + y^4)$;
   (e) $f(x, y) = xsenx + yseny$,
   (f) $f(x, y) = ln(2x + y + 1)$.