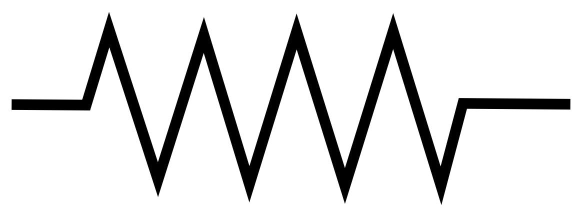
Impedância

Dissipação de Energia

Tiago Pereira
tiago@icmc.usp.br

ICMC CeMEAI USP

Lei do Ohm



$$v = R\,i$$

Lei do Ohm

Não temos Lei do Ohm

Leis da tensão e corrente

Componente	Lei
Resistor	$v(t) = Ri(t)$
Capacitor	$v(t) = \dfrac{q(t)}{C}$
Indutor	$L\dfrac{di(t)}{dt} = v(t)$

https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Notação

$$j = \sqrt{-1}$$

Transformando por Laplace: Resistor

$$V(s) = RI(s)$$

Transformando por Laplace: Capacitor

Relembrando que

$$q(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau$$

$$\mathcal{L}(q) = \mathcal{L}(1 * i) = \mathcal{L}(q) = \frac{1}{s} I(s)$$

Transformando por Laplace: Capacitor

Relembrando que

$$\mathcal{L}(q) = \mathcal{L}(1 * i)$$

$$= \frac{1}{s} I(s)$$

Transformando por Laplace: Capacitor

$$V(s) = \frac{1}{sC} I(s)$$

Transformando por Laplace: Indutor

$$V(s) = LsI(s)$$

Resumo

Componente	Lei no domínio s
Resistor	$V(s) = RI(s)$
Capacitor	$V(s) = \frac{1}{sC} I(s)$
Indutor	$V(s) = (Ls)\, I(s)$

Impedância

$$V(s) = \underbrace{Z(s)}_{\text{Impedancia}} I(s)$$

Admitância

$$I(s) = \underbrace{Y(s)}_{\text{Admitancia}} V(s)$$

Para ondas harmônicas

Se

$$v = v_0 \cos \omega t.$$

Então

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t - \phi)$$

Na forma complexa

$$\hat{v} = v_0 e^{j\omega t} \text{ e } \hat{i} = i_0 e^{-j\phi} e^{i\omega t}$$

Impedância do Indutor

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{j\pi/2}$$

Impedância do Indutor

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{j\pi/2}$$

https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Impedância do Indutor

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{j\pi/2}$$

Quanto maior a freqüência maior a FEM

Capacitor

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Capacitor

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

Capacitor

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}e^{-j\pi/2}$$

https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Capacitor

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}e^{-j\pi/2}$$

Capacitor não consegue acumular carga para frequências grandes

Combinando Impedâncias

Elas se combinam como resistores

$$Z = Z_1 + Z_2$$

Serie

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

Paralelo

Lei de Joule

$$P = vi$$

Lei de Joule: Potência media

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt$$

https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Corrente

usando: $I = V/Z$

$$i(t) = \mathrm{Re}\left(\frac{v_0}{Z}e^{j\omega t}\right)$$

Corrente

usando: $I = V/Z$

$$i(t) = \mathrm{Re}\left(\frac{v_0}{Z} e^{j\omega t}\right) = \frac{v_0}{|Z|}\cos(\omega t - \phi)$$

Corrente

Lembrando que

$$\langle \cos \omega t \cos(\omega t - \phi) \rangle = \frac{1}{2} \cos \phi$$

Potência dissipada

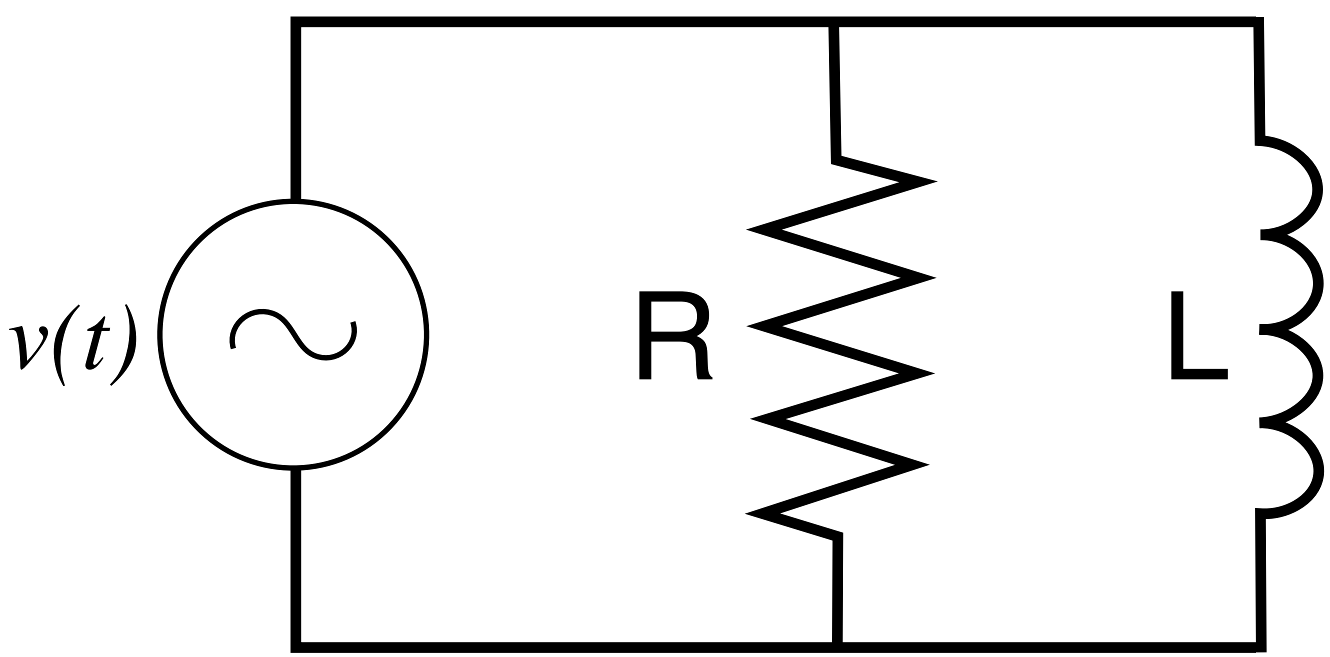
$$\langle P \rangle = \frac{v_0^2}{2}\frac{1}{|Z|}\cos\phi$$

Potência dissipada

$$\langle P \rangle \quad = \quad \frac{v_0^2}{2}\frac{1}{|Z|}\cos\phi$$

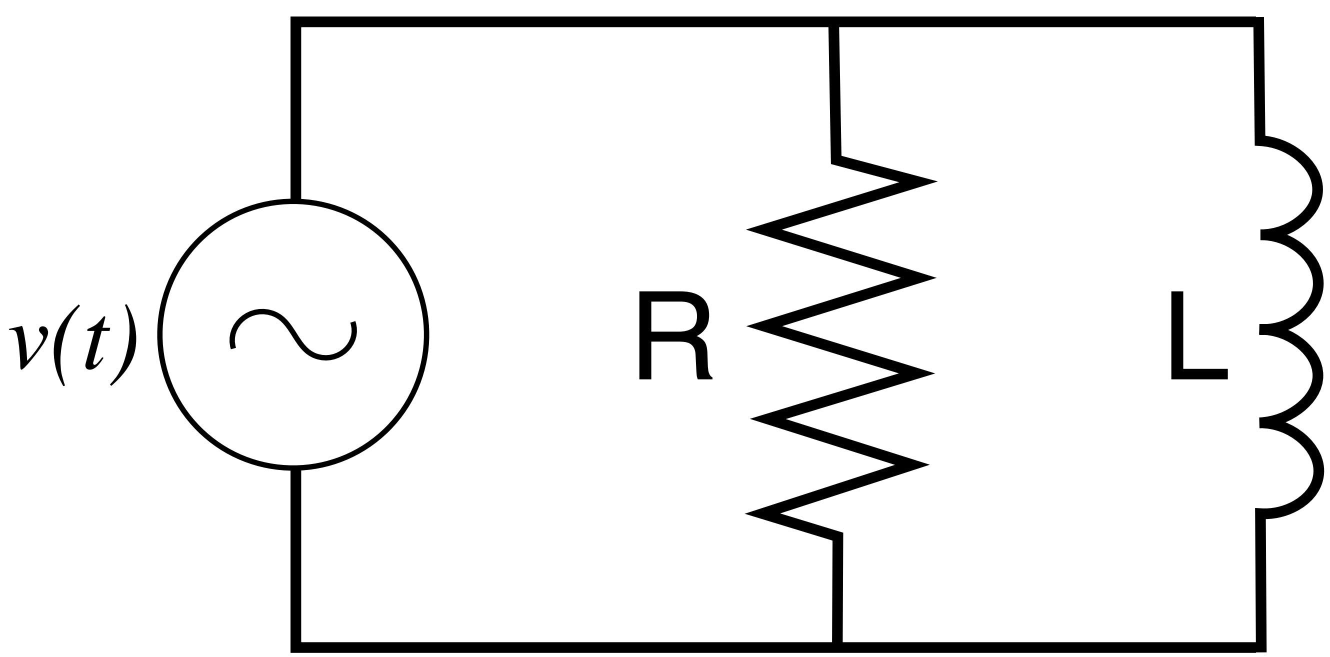
Indutor & Capacitor
não dissipam potencia

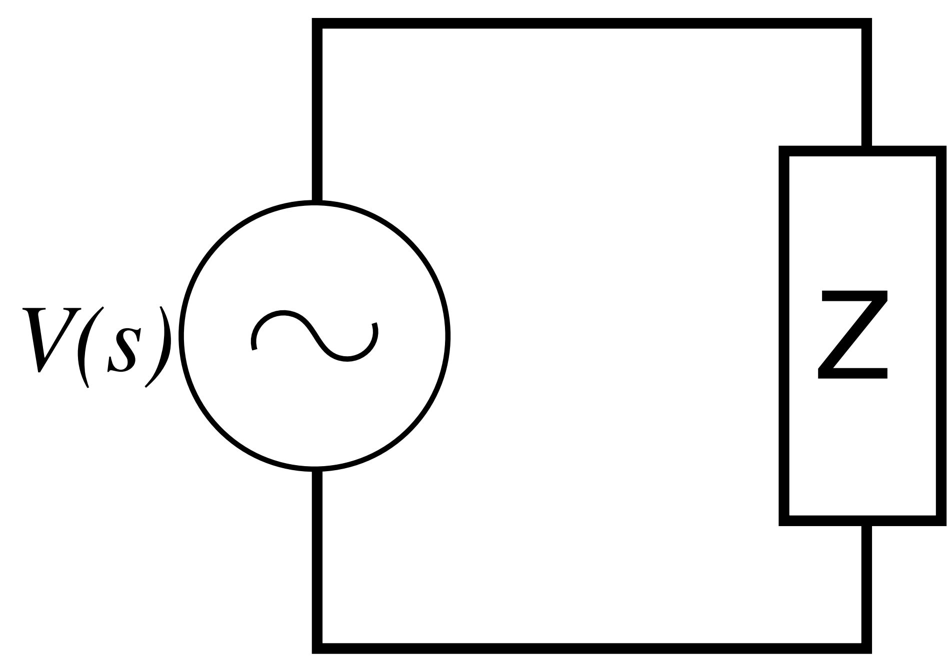
Potência dissipada



Impedancia se combinam como resistores

Potência dissipada





https://sites.icmc.usp.br/tiago/index.html/edo.html

Combinando impedâncias

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}$$

$$Y = \frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L}$$

Potência dissipada

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \frac{v_0^2}{2}\frac{1}{|Z|}\cos\phi \\ &= \frac{v_0^2}{2}|Y|\cos\phi \\ &= \frac{v_0^2}{2}\mathrm{Re}Y \end{aligned}$$

Potência dissipada

$$\langle P \rangle = \frac{v_0^2}{2R}$$