Prova 2 Modelo – SME340

Nome:____ NUSP______________

11 de Maio de 2017

1. Considere o sinal $H(s) = \dfrac{1}{s(s^2+a^2)}$. Determine o sinal $h(t)$.

2. Considere a equação diferencial $y^{iv} - y = g(t)$, Determine a função de transferencia $H(s)$.

3. A um componente elétrico é aplicada uma tensão $v = \sin \omega t$ e a corrente medida é $i = \sqrt{2}\omega(\sin \omega t + \cos \omega t)$. Determine a impedância do componente.

4. Considere o circuito RLC. Aplicando a lei de Kirchhoff obtemos

$$Li'' + Ri' + \frac{1}{C} i(t) = u.$$

Considere o circuito com $L = 1H$, $R = 5$ ohms e $C = 1/6F$.

   (a) Determine a função transferência H.

   (b) Obtenha a função peso $h(t)$.

   (c) O circuito esta inicialmente descarregado. Determine a corrente no circuito dado que função $u = \delta(t) + \delta(t-2)$.

   (d) Quando u for uma onda harmônica de frequência ω sabemos que a amplitude da corrente será $|W(j\omega)|$. Determine a amplitude em função da frequência.

5. Considere a equação

$$\dot{y} + 4y = u_c(t-c)$$

   (a) (1.0) Determine a solução da equação via Laplace

   (b) (1.0) Determine o comportamento assintótico $\lim_{t\to\infty} y(t)$.

Prova 2 Modelo – SME340

Nome:________________________________ NUSP______________

11 de Maio de 2017

1. Considere o sinal $H(s) = \dfrac{1}{s(s^2+a^2)}$. Determine o sinal $h(t)$.

   Por frações parciais
   $$\frac{1}{s(s^2+a^2)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+a^2}$$
   Donde obtemos $A = 1/a^2$, $B = -1/a^2$ e $C = 0$. Portanto,
   $$\frac{1}{s(s^2+a^2)} = \frac{1}{a^2}\left(\underbrace{\frac{1}{s}}_{u(t)} - \underbrace{\frac{s}{s^2+a^2}}_{\cos at}\right)$$
   Logo,
   $$h(t) = \frac{1}{a^2}\left(1 - \cos at\right)$$
   para $t > 0$.

2. Considere a equação diferencial $y^{iv} - y = g(t)$, Determine a função de transferencia $H(s)$ e a função peso $h(t)$.

   Transformando e tomando condicoes iniciais nulas
   $$(s^4 - 1)Y(s) = G(s)$$
   portanto
   $$H(s) = \frac{1}{s^4-1} = \frac{1}{(s^2+1)(s^2-1)}$$
   por fracoes parciais
   $$\frac{1}{(s^2+1)(s^2-1)} = \frac{A}{s^2+1} + \frac{B}{s^2-1}$$
   donde $A = -1/2$ e $B = 1/2$. Portanto,
   $$H(s) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{s^2+1} + \frac{1}{s^2-1}\right)$$
   Logo,
   $$h(t) = \frac{1}{2}\left(-\sin t + \sinh t\right).$$

3. A um componente elétrico é aplicada uma tensão $v = \sin \omega t$ e a corrente medida é $i = \sqrt{2}\omega(\sin \omega t + \cos \omega t)$. Determine a impedância do componente.

Sabemos que
$$Z = \frac{v}{i} = \frac{\sin \omega t}{\sqrt{2}\omega(\sin \omega t + \cos \omega t)}$$
Notando que
$$\sin(\omega t + \pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \omega t + \cos \omega t)$$
Logo,
$$Z = \frac{v}{i} = \frac{1}{2\omega}\frac{\sin \omega t}{\sin(\omega t + \pi/4)}$$
Em notacao complexa,
$$Z 2\omega e^{j(\omega t + \pi/4)} = e^{j\omega t}$$
e obtemos
$$Z = \frac{1}{2\omega} e^{-j\pi/4}$$

4. Considere o circuito RLC. Aplicando a lei de Kirchhoff obtemos
$$Li'' + Ri' + \frac{1}{C} i(t) = u.$$
Considere o circuito com $L = 1H$, $R = 5$ ohms e $C = 1/6F$.
   (a) Determine a função transferência W.
   (b) Obtenha a função peso $w(t)$.
   (c) O circuito esta inicialmente descarregado. Determine a corrente no circuito dado que função $u = \delta(t) + \delta(t-2)$.
   (d) Quando u for uma onda harmônica de frequência ω sabemos que a amplitude da corrente será $|W(j\omega)|$. Determine a amplitude em função da frequência.

a) Substituindo
$$i'' + 5i' + 6i(t) = u.$$
Transformando por Laplace e considerando condicoes iniciais nulas
$$(s^2 + 5s + 6)I(s) = U(s) \;\Rightarrow\; I(s) = W(s)U(s)$$

donde

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}.$$

b) Por fracoes parciais

$$W(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}$$

logo

$$w(t) = e^{-2t} - e^{-3t}$$

c) Considerando o item a) com o

$$U(s) = 1 + e^{-2s}$$

temos

$$I(s) = W(s) + e^{-2s}W(s)$$

como a inversa de $e^{-cs}F(s)$ é $f(t-c)$ temos

$$i(t) = w(t) + w(t-2)$$

d) Temos que

$$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(6-\omega^2)^2 + 25\omega^2}}$$

5. Considere a equação

$$\dot{y} + 4y = u_c(t-c)$$

(a) (1.0) Determine a solução da equação via Laplace

(b) (1.0) Determine o comportamento assintótico $\lim_{t\to\infty} y(t)$.

a) Transformando por Laplace

$$sY(s) - y_0 + 4Y(s) = \frac{e^{-sc}}{s} \;\Rightarrow\; Y(s) = \frac{y_0}{s+4} + \frac{e^{-cs}}{s(s+4)}$$

Por fracoes parciais

$$\frac{1}{s(s+4)} = \frac{1}{4}(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4})$$

donde

$$Y(s) = \frac{y_0}{s+4} + \frac{e^{-cs}}{4}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4}\right)$$

portanto

$$y(t) = y_0 e^{-4t} + \frac{1}{4}u(t) - \frac{1}{4}u_c(t)e^{-4(t-c)}$$

b) Tomando o limite

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \frac{1}{4}$$