

3º Prova de Álgebra Linear & EDO
2º Semestre de 2017

Nome: _____ NUSP _____

1. Considere a equação

$$y'' + 2xy' + 2y = 0.$$

- a) (1.0) As soluções da EDO formam um espaço vetorial?
b) (1.0) Mostre que $y(x) = Ae^{-x^2}$ é solução da equação.

2. Encontre a solução geral das seguintes EDO's

(a) (1.0) $y'' + 5y' + 6y = t^2$

(b) (1.0) $y'' + y' = 2e^{-2t}$

3. Dois indivíduos com opiniões distintas tentam chegar a um acordo. Sejam x e y as opiniões, sabe-se que as regras de evolução são

$$x' = \alpha(y - x)$$

$$y' = \alpha(x - y)$$

onde α é a intensidade com que os indivíduos colaboram.

- (a) (0.5) Escreva o problema na forma matricial.
(b) (1.5) Determine a solução geral do problema.
(c) (1.0) Mostre que os indivíduos sempre atingem consenso
 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = c$, para todo $\alpha > 0$. Determine a valor de consenso c .

4. (2.0) Dado $\beta \in \mathbb{R}$, considere o sistema

$$\frac{dx}{dt} = \beta x + 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = -6x + y$$

Determine β para que o sistema homogêneo seja estável, ou seja, todas as soluções devem convergir a zero.

5. (2.0) Uma estrutura de concreto obedece a equação

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

onde x corresponde ao deslocamento com respeito a posição de equilíbrio. Os engenheiros gostariam de determinar o valor da frequência natural ω_0 de oscilação da estrutura. Para tanto eles perturbaram a estrutura e mediram sua oscilação x e obtiveram

$$x(t) = \frac{1}{100} e^{-2t} \sin \pi t$$

Determine γ e ω_0