# SME 340

## Lista de Exercícios - Revisão:

### Derivadas, Pontos Extremos e Técnicas de Integração

1. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é dada por
   (a) $e^x \cdot \sin x \cdot \cos x$ R. $f'(x) = e^x \left[\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x\right]$
   (b) $e^x \cdot \tan x \cdot (1+\sqrt{x})$ R. $f'(x) = e^x \left[\frac{\tan x}{2\sqrt{x}} + (1+\sqrt{x})(\tan x + \sec^2 x)\right]$

2. Suponha $g$ derivável e $n \in \mathbb{Z}^*$ . Verifique as identidades abaixo:
   (a) $\left[e^{g(x)}\right]' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
   (b) $[\log g(x)]' = \frac{g'(x)}{g(x)}$
   (c) $[\cosh g(x)]' = \sinh g(x) \cdot g'(x)$
   (d) $[\sinh g(x)]' = \cosh g(x) \cdot g'(x)$
   (e) $\left[(g(x))^{\frac{1}{n}}\right]' = \frac{1}{n}\,(g(x))^{\frac{1}{n}-1} \cdot g'(x)$

3. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é dada por
   (a) $e^{\sin x}$ R. $f'(x) = e^{\sin x} \cos x$
   (b) $\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$ R. $f'(x) = \frac{2}{3(x+1)^2} \sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2}$
   (c) $\log(x^2+3x+9)$ R. $f'(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+9}$
   (d) $\log(\sec x + \tan x)$ R. $f'(x) = \sec x$
   (e) $\cos^3 x^3$ R. $f'(x) = -9x^2 \cos^2 x^3 \sin x^3$
   (f) $\frac{xe^{2x}}{\log(3x+1)}$ R. $f'(x) = e^{2x} \cdot \frac{(1+2x)\log(3x+1) - \frac{3x}{3x+1}}{[\log(3x+1)]^2}$
   (g) $\sinh e^{2x}$ R.$f'(x) = \cosh e^{2x} \cdot e^{2x} \cdot 2$

4. Esboce o gráfico das seguintes funções.
   (a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$
   (b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$
   (c) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$
   (d) $f(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$
   (e) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$
   (f) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-x-2}$

5. Encontre dois números reais $x$ e $y$ tais que a sua soma seja 50 e o seu produto seja o maior possível. Resp.: $x = 25 = y$

6. Encontre a maior área que um retângulo de perímetro igual a 200m pode possuir. Resp.: 2500m$^2$

7. A soma de dois números positivos é 48. Qual o menor valor possível para a soma de seus quadrados? Resp.: 1152

8. Qual a maior área possível para um retângulo cuja diagonal mede 16m? Resp.: $128\text{m}^2$

9. Calcule (utilizando uma mudança de variável conveniente):

   (a) $\int \frac{1}{(3x-2)^2}\, dx$ Resp.: $-\frac{1}{3(3x-2)}$

   (b) $\int x \sin x^2\, dx$ Resp.: $-\frac{1}{2}\cos x^2$

   (c) $\int x^2 e^{x^3}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{3}e^{x^3}$

   (d) $\int x^3 \cos x^4\, dx$ Resp.: $\frac{1}{4}\sin x^4$

   (e) $\int \frac{x}{(1+4x^2)^2}\, dx$ Resp.: $-\frac{1}{8(1+4x^2)}$

   (f) $\int e^x \sqrt{1+e^x}\, dx$ Resp.: $\frac{2}{3}\sqrt{(1+e^x)^3}$

   (g) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}\, dx$ Resp.: $-\frac{1}{\cos x}$

10. Calcule (por partes):

   (a) $\int xe^x\, dx$ Resp.: $(x-1)e^x$

   (b) $\int x \sin x\, dx$ Resp.: $-x\cos x + \sin x$

   (c) $\int x^2 e^x\, dx$ Resp.: $e^x(x^2-2x+2)$

   (d) $\int x \log x\, dx$ Resp.: $\frac{x^2}{2}\left(\log x - \frac{1}{2}\right)$

   (e) $\int xe^{2x}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)$

   (f) $\int e^{-2x}\sin x\, dx$ Resp.: $-\frac{1}{5}e^{-2x}(2\sin x + \cos x)$

   (g) $\int x^3 e^{x^2}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{2}(x^2-1)e^{x^2}$

   (h) $\int x^2 \sin x\, dx$ Resp.: $-x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x$

11. Calcule (utilizando uma substituição trigonométrica conveniente):

   (a) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-9}}\, dx$ Resp.: $\frac{\sqrt{x^2-9}}{9x}$

   (b) $\int x^3\sqrt{9-x^2}\, dx$ Resp.: $\frac{\sqrt{(9-x^2)^5}}{5} - 3\sqrt{(9-x^2)^3}$

   (c) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{3}(x^2-18)\sqrt{x^2+9}$

   (d) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{25-x^2}}\, dx$ Resp.: $-\frac{\sqrt{25-x^2}}{25x}$

   (e) $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^3}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{6}\arccos\frac{3}{x} - \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x^2}$

   (f) $\int \sqrt{5+4x-x^2}\, dx$ Resp.: $\frac{9}{2}\arcsin\left(\frac{x-2}{3}\right)+\frac{1}{2}(x-2)\sqrt{5+4x-x^2}$

   (g) $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2+6x-8}}\, dx$ Resp.: $\frac{1}{3}\log\left(3x+1+\sqrt{9x^2+6x-8}\right)$