SME340

Equações de Segunda Ordem Lineares

1. Encontre a solução geral das seguintes equações

   (a) $y' + y = 0$

   (b) $y'' - y' - 2y = 0$

   (c) $y'' + 2y' + y = 0$

   (d) $y'' + 2y' = 0$

2. Encontre uma EDO ou um PVI cuja solução geral seja:

   (a) $x(t) = e^t - t + e^{-t}$

   (b) $x(t) = 2e^{2t} + 2e^t + t^2$

   (c) $x(t) = e^t - te^t$

Solução

1. Encontre a solução geral das seguintes equações

   (a) $y' + y = 0$
   A Eq. característica será $r + 1 = 0$ portanto $x(t) = ce^{-t}$

   (b) $y'' - y' - 2y = 0$
   A Eq. característica será
   $$r^2 - r - 3 = 0$$
   cujas soluções são $r_1 = 2$ e $r_2 = -1$ portanto
   $$x(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-t}$$

   (c) $y'' + 2y' + y = 0$
   A Eq. característica será
   $$r^2 + 2r + 1 = 0$$
   cuja raiz é dupla $r_1 = -1$ portanto
   $$x(t) = c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t}$$

   (d) $y'' + 2y' = 0$
   A Eq. característica será
   $$r^2 + 2r = 0$$
   cujas soluções são $r_1 = 0$ e $r_2 = -2$ portanto
   $$x(t) = c_1 + c_2 e^{-2t}$$

2. Encontre uma EDO ou um PVI cuja solução geral seja:

(a) $x(t) = e^t - t + e^{-t}$

Tomamos as funções e^t e e^{-t} como solução da homogênea portanto soluções de

$$x^{''} - x = 0$$

e $-t$ como solução de um problema particular. Para isso tomamos $x_p(t) = -t$ resolvendo

$$x_p^{''} - x_p = q(t)$$

para um q a ser calculado. Substituindo na EDO obtemos

$$t = q(t)$$

Donde temos a função x dada resolve a PIV

$$\begin{cases} x'' - x &= -t \\ x(0) &= 2 \\ x'(0) &= 0 \end{cases}$$

(b) $x(t) = 2e^{2t} + 2e^t + t^2$

Tomamos as funções e^{2t} e e^t como solução da homogênea portanto soluções de

$$x^{''} - 3x^{'} + 2x = 0$$

e t^2 como solução de um problema particular. Para isso tomamos $x_p(t) = t^2$ resolvendo

$$x_p^{''} - 3x_p^{'} + 2x_p = q(t)$$

para um q a ser calculado. Substituindo na EDO obtemos

$$2 - 6t + 2t^2 = q(t)$$

Donde temos a função x dada resolve a PIV

$$\begin{cases} x^{''} - 3x^{'} + 2x &= 2 - 6t + 2t^2 \\ x(0) &= 4 \\ x'(0) &= 6 \end{cases}$$

(c) $x(t) = e^t - te^t$

Tomamos as funções e^t e te^t como solução da homogênea a raiz da característica deve ser dupla $r = 1$ portanto

$$\begin{cases} x^{''} &= x \\ x(0) &= 1 \\ x'(0) &= 0 \end{cases}$$