MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

ADRIANA MARIA BORGES PALOMARES

SEÇÕES 1.1 E 1.2

1.1- SISTEMAS DE NUMERAÇÃO, PROBLEMAS E MEDIDAS NA BABILÔNIA E NO ANTIGO EGITO.

CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade de contagem, relacionada a problemas de subsistência, e o exemplo mais frequente é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra. Em seguida, em vez de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas escritas na argila, e essas marcas estariam na origem dos números.

O surgimento da escrita e o da matemática nessa região estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita decorreram da necessidade de se registrar quantidades, não apenas de rebanhos, mas também de insumos relacionados à sobrevivência e, sobretudo, à organização da sociedade.

Nos anos 1990, a pesquisadora Denise Schmandt-Besserat, especialista em arte e arqueologia do antigo Oriente Próximo, propôs a tese inovadora de que a forma mais antiga de escrita teria origem em um dispositivo de contagem. Ela observou que as escavações traziam à tona, de modo regular, pequenos *tokens* – objetos de argila que apresentavam diversos formatos: cones, esferas, discos, cilindros etc.

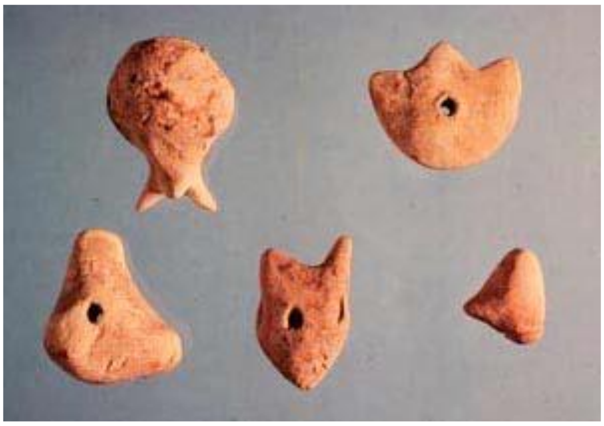

Figura 1 Exemplos de tokens

Com o desenvolvimento da sociedade, aperfeiçoaram-se métodos para armazenar esses *tokens*. Um deles empregava invólucros de argila, como uma bola vazada, dentro dos quais eles eram guardados e fechados. Os invólucros escondiam os *tokens* e, por isso, em sua superfície, eram impressas as formas contidas em seu interior (Figura 2). O número de unidades de um produto era expresso pelo número correspondente de marcas na superfície.

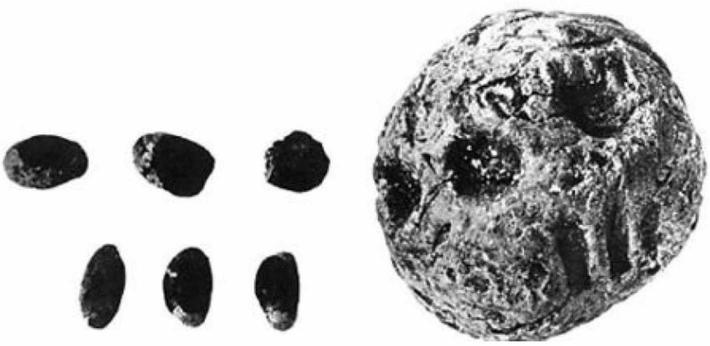

Figura 2 Os *tokens* começam a ser inseridos nos invólucros e marcados na superfície.

A substituição de *tokens* por sinais foi o primeiro passo para a escrita. Os contadores do quarto milênio a.E.C. devem ter percebido que o conteúdo dos invólucros se tornava desnecessário em vista das marcas superficiais, e essas marcas passaram a incluir sinais traçados com estilete. Ambos os tipos de sinais eram derivados dos *tokens* e não consistiam de figuras representando os produtos em si, mas os *tokens* usados para conta-los.

Trata-se de uma maneira de contar bem diferente da nossa. Eles não representavam números, como 1 ou 10, mas eram instrumentos particulares que serviam para contar cada tipo de insumo: jarras de óleo eram contadas com ovoides; pequenas quantidades de grãos, com esferas. Os *tokens* eram usados em correspondência um a um com o que contavam: uma jarra de óleo era representada por um ovoide; duas jarras, por dois ovoides; e assim por diante.

Já vimos que as marcas impressas nos invólucros passaram a incluir impressões com estiletes que, aos poucos, foram sendo transpostas para tabletes. Uma vez que o registro na superfície tornava desnecessária a manipulação dos *tokens*, os invólucros não precisavam ser usados enquanto tais e as impressões passaram a ser feitas sobre tabletes planos de argila.

Figura 3 Impressões em tabletes de argila planos, contendo, neste caso, a descrição da quantidade de ovelhas.

Os tabletes mostram que eram usados diferentes sistemas de medidas e bases, dependentes do assunto tratado nos balanços. Neste momento, os símbolos não eram números absolutos, mas significavam diferentes relações numéricas dependentes do que estava sendo contado. No entanto, as listas mostram um interesse crescente pelas propriedades dos números em si mesmas. Com isto, desenvolveu-se a escrita cuneiforme, “em forma de cunha”, ao longo do terceiro milênio. Presume-se que o sistema de contagem que agrupava animais, ou outros objetos discretos, em grupos de 10, 60, 600 ou 3600 foi o primeiro a ser traduzido para a representação cuneiforme.

Apesar de as evidências não permitirem um conhecimento linear dos registros numéricos, pode-se conjecturar que o sistema evoluiu de um estágio no qual um único contador era impresso várias vezes até uma fase mais econômica, em que era possível diminuir a quantidade de impressões dos contadores de tamanhos e formas diferentes. Esta é a essência do sistema posicional: um mesmo símbolo serve para representar diferentes números, dependendo da posição que ocupa na escrita. Esse é o caso do símbolo em forma de cunha, que serve para 1, 60 e 3.600. O sistema sexagesimal posicional, usado no período babilônio, surgiu da padronização deste sistema numérico, antes do final do terceiro milênio.

Tanto os mesopotâmicos quanto os egípcios realizavam uma espécie de cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas), e esta era uma das principais características de sua prática matemática. Podemos falar de “Matemática” babilônia, ou egípcia, mas tendo em mente que se trata de um conjunto de práticas muito distintas daquelas atualmente designadas por este nome.

As evidências disponíveis são mais numerosas para a Matemática mesopotâmica do que para a egípcia, provavelmente devido à maior facilidade na preservação da argila do que do papiro. As fontes indicam que, quando a Matemática começou a ser praticada no Egito antigo, ela também estava associada a necessidades administrativas. A quantificação e o registro de bens levaram ao desenvolvimento de sistemas de medida, empregados e aperfeiçoados pelos escribas, ou seja, pelos responsáveis pela administração da sociedade.

Temos notícia da Matemática egípcia por meio de um número limitado de papiros, como o de Rhind, escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.E.C. O nome se deve ao escocês Alexander Henry Rhind que o comprou, por volta de 1850, em Luxor, no Egito. Este documento também é chamado papiro de Ahmes o escriba egípcio que o copiou, e encontra-se no Museu Britânico.

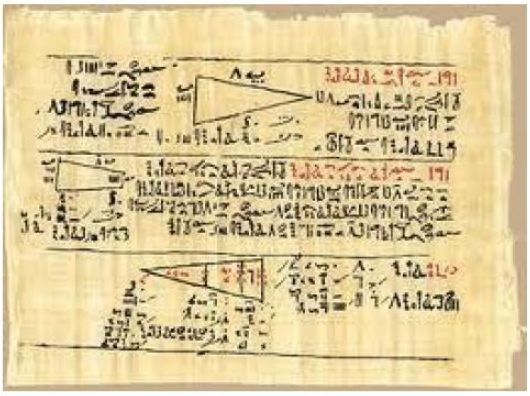

Figura 4 Papiro

A Matemática antiga não era puramente empírica, nem envolvia somente problemas práticos. A Matemática evolui pelo desenvolvimento de suas técnicas, o que permite que certos problemas sejam colocados, e outros não.

1.2- SISTEMA SEXAGESIMAL POSICIONAL

O sistema sexagesimal era usado de modo sistemático em textos matemáticos ou astronômicos.

O sinal usado para designar a unidade era 𒁹. Esse sinal era repetido para formar os números maiores que 1, como 𒁹𒁹 (2) , e assim por diante, até chegar a 10, representado por um sinal diferente: 𒌋 . Em seguida, continuava-se a acrescentar 𒁹 a 𒌋 até chegar a 20, representado então por 𒌋𒌋. Esse processo aditivo prosseguia apenas até o número 60, quando se voltava a empregar o sinal 𒁹, o mesmo usado para o número 1. Continuando a contar, ao chegar a $60^2 = 3.600$, empregava-se novamente o mesmo símbolo, e assim sucessivamente.

Figura 5

Vemos que, nesse sistema, um mesmo sinal pode ser usado para indicar quantidades diferentes, e dessa maneira os antigos babilônios representavam qualquer número usando apenas dois sinais. Esse sistema de numeração é posicional – cada algarismo vale não pelo seu valor absoluto, mas pela “posição” que ocupa na escrita de um número, ou seja, pelo seu valor relativo. Podemos constatar que o número 60 era representado pelo mesmo sinal usado para simbolizar o número 1. Sendo assim, pode-se dizer que o sistema dos antigos babilônios usa uma notação posicional de base 60, isto é, um sistema sexagesimal.

Nosso sistema de numeração de base 10 também é posicional. Há símbolos diferentes para os números de 1 a 9, e o 10 é representado pelo próprio 1, mas em uma posição diferente. Por isso se diz que nosso sistema é um sistema posicional de numeração de base 10.

Uma diferença entre o nosso sistema e o dos babilônios é que estes empregavam um sistema aditivo para formar combinações distintas de símbolos que representam os números de 1 a 59, enquanto o nosso utiliza símbolos diferentes para os números de 1 a 9 e, em seguida, passa a fazer uso de um sistema posicional. Em nosso sistema de numeração, no número decimal 125 o algarismo 1 representa 100; o 2 representa 20; e o 5 representa 5 mesmo. Assim, pode-se escrever que $125 = 1x10^2 + 2x10^1 + 5x10^0$. O mesmo é válido para um número que, além de uma parte inteira, contenha também uma parte fracionária. Por exemplo, no número 125,38 os algarismos 3 e 8 representam $3x10^{-1} + 8x10^{-2}$.

Generalizando, podemos representar qualquer número racional qualquer, r, na base 10, escrevendo

$$r = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \ldots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \ldots + a_{-t} 10^{-t}\ , n \in \mathbb{N}.$$

Isto significa que $a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \ldots + a_0 10^0$ é a parte inteira e $a_{-1} 10^{-1} + \ldots + a_{-t} 10^{-t}$ é a parte fracionária deste número.

Suponhamos agora que queiramos escrever o número racional *r* em um sistema de numeração posicional cuja base ´e um número natural *b* diferente de 1. Para isso, escrevemos.

$$r = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \ldots + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + \ldots + a_{-t} b^{-t}. \qquad (1.1)$$

Isto significa que $a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \ldots + a_0 b^0$ é a parte inteira e $a_{-1} b^{-1} + \ldots + a_{-t} b^{-t}$ é a parte fracionária deste número. Logo, o número será escrito na base b como $a_n a_{n-1} \ldots a_0, a_{-1} \ldots a_{-t}$.

Qual a vantagem de se utilizar a base sessenta, ou seja, um sistema *sexagesimal*? A divisibilidade por inteiros pequenos é uma importante característica a ser levada em conta no momento de escolhermos a “base” para um sistema de numeração. Uma das vantagens do sistema sexagesimal é que o número sessenta é divisível por todos os inteiros entre 1 e 6.

A figura abaixo mostra alguns exemplos de números escritos no sistema sexagesimal usado pelos babilônios.

Cuneiforme	Leitura dos símbolos em nosso sistema	Valor decimal
	1;15 = 1x60 + 15	75
	1;40 = 1x60 + 40	100
	16;43 = 16x60 + 43	1003
	44;26;40 = 44x3600 + 26x60 + 40	160000
	1;24;51;10 = 1x216000 + 24x3600 + 51x60 + 10	305470

Figura 6

Quando os símbolos se tornaram padronizados, para facilitar os registros, a diferenciação entre o número 1 e as potências de 60 dependia do contexto, que permitia determinar a ordem de grandeza dos números com que se estava lidando em cada problema.

E como escrever os números decimais 3, 601 e 7, 200? No sistema dos babilônios estes números seriam escritos também como  . Algumas vezes era deixado um espaço entre os dois símbolos para marcar uma coluna vazia. Esta solução não era estendida à expressão de uma coluna vazia no fim do número, logo não seria possível diferenciar 7.200 de 2 e de 120. No entanto, o contexto do problema permitia distinguir com que número se estava lidando.

Um período babilônio de que temos bastante evidência é a época do Império Selêucida, que se estabeleceu por volta do ano 300 a.E.C., no qual a astronomia estava bastante desenvolvida e empregava técnicas matemáticas sofisticadas. Os astrônomos selêucidas, talvez pela necessidade de lidar com números grandes, chegaram a introduzir um símbolo para designar um zero, ou melhor, uma coluna vazia. No caso de 3.601 escrevia-se 1; separador; 1. O separador era simbolizado por dois traços inclinados.

O símbolo usado como separador pode ser considerado como um tipo de “zero”, dada sua função no sistema posicional; no entanto, ele não era usado para diferenciar 1, 60 e 3.600, ou seja, não podia ser usado como último algarismo, nem podia ser resultado de um cálculo. Este separador, portanto, não era exatamente o que chamamos de zero, pois não era um número.