

Terceira Lista de Exercícios Simplificada de SMA354 - Cálculo II  
Cálculo de áreas de regiões planas limitadas  
Professores Wagner e Marcelo

**Exercício 1** *Encontrar o valor da área da região limitada do plano  $xOy$ , delimitada pelas representações geométricas dos gráficos das seguintes funções e retas abaixo:*

- (a)  $f(x) \doteq x^2$ , para  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$  e  $y = 0$
- (b)  $f(x) \doteq x\sqrt{4-x^2}$ , para  $x \in [-2, 2]$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  e  $y = 0$
- (c)  $f(x) \doteq \sqrt{9-x^2}$ , para  $x \in [-3, 3]$ ,  $x = 0$  e  $y = 0$
- (d)  $f(x) \doteq |\text{sen}(x)|$ ,  $x = -2\pi$ ,  $x = 2\pi$  e  $y = 0$
- (e)  $f(x) \doteq \text{sen}(x)$ , para  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x = -2\pi$ ,  $x = 2\pi$  e  $y = 0$
- (f)  $f(x) \doteq x^3 - 4x$ , para  $x \in \mathbb{R}$  e  $y = 0$
- (g)  $f(x) \doteq 4x^2 - x^4$ , para  $x \in \mathbb{R}$  e  $y = 0$

**Exercício 2** *Encontrar o valor da área da região limitada do plano  $xOy$ , delimitada pelas representações geométricas dos gráficos das curvas abaixo:*

- (a)  $y = x^2$  e  $y = 4x - x^2$
- (b)  $y = \cos(x)$ ,  $y = \cos^2(x)$ ,  $x = 0$  e  $x = \pi$
- (c)  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  e  $y = 0$

**Exercício 3** *Calcule o valor da área da região limitada do plano  $xOy$ , que está à direita do eixo  $Oy$  e à esquerda da parábola  $x = 2y - y^2$ .*

**Exercício 4** *Calcule o valor da área da região limitada do plano  $xOy$ , delimitada pelas curvas  $y = \text{sen}(x)$ ,  $y = \text{sen}(2x)$ , para  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x = 0$  e  $x = \frac{\pi}{2}$ .*

**Exercício 5** *Calcule o valor da área da região limitada do plano  $xOy$ , delimitada pelas seguintes curvas:*

- (a) parábola  $y = 4x - x^2$  e o eixo  $Ox$ .
- (b) pela curva  $y = \tan(x)$ , o eixo  $Ox$  e as retas  $x = -\frac{\pi}{4}$  e  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- (c) pelas retas  $x = a$ ,  $x = 3a$ , para  $a > 0$  fixado, pelo eixo  $Ox$  e pela hipérbole  $xy = m^2$ , onde  $m > 0$  está fixado.

**Exercício 6** *Calcule o valor da área da região limitada que situa-se abaixo do gráfico da função  $f$  e acima do eixo  $Ox$ , nos seguintes casos:*

- (a)  $f(x) \doteq \begin{cases} x^2, & \text{para } x \in [0, 1], \\ 2-x, & \text{para } x \in [1, 2] \end{cases}$
- (b)  $f(x) \doteq \begin{cases} -x^2 + 1, & \text{para } x \in [0, 1], \\ -(x-1)(x-4), & \text{para } x \in [1, 4] \end{cases}$

**Exercício 7** Desenhe o subconjunto  $\underline{A}$ , do plano  $xOy$ , e calcule o valor de sua área nos seguintes casos:

(a)  $\underline{A}$  é o subconjunto limitado do plano  $xOy$ , delimitado pelas retas  $x = 1$ ,  $x = 3$ , pelo eixo  $Ox$  e pelo gráfico da curva  $y = x^3$ .

(b)  $\underline{A}$  é o conjunto limitado do plano, delimitado pelas retas  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$  e pelo gráfico da curva

$$y = \sqrt{x}.$$

(c)  $\underline{A}$  é o subconjunto limitado do plano  $xOy$ , formado por todos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , tais que

$$x^2 - 1 \leq y \leq 0.$$

(d)  $\underline{A}$  é o subconjunto limitado do plano  $xOy$ , formado por todos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , tais que

$$0 \leq y \leq 9 - x^2.$$

(e)  $\underline{A}$  é o subconjunto limitado do plano  $xOy$ , formado por todos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , tais que

$$0 \leq y \leq |\text{sen}(x)|, \text{ para } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

(f)  $\underline{A}$  é o subconjunto limitado do plano  $xOy$ , formado por todos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , tais que  $x \geq 0$  e

$$x^3 \leq y \leq x.$$