Quarta Lista de Exercícios Simplificada de SMA354 - Cálculo II
Aplicações de integrais definidas
Professores Wagner e Marcelo

Exercício 1 *Calcule o volume do sólido de revolução obtido, da rotação da região limitada do plano* xOy*, delimitada pelas representações geométrica dos gráficos das curvas* $y = x^2$ *e* $y = \sqrt{x}$*, em torno do eixo* Ox*.*

Exercício 2 *Calcule o valor do volume do sólido de revolução, obtido rotacionando-se a região limitada do plano* xOy*, que é a representação geométrica do conjunto*

$$A \doteq \left\{(x\,,y) \ \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1 \text{ e } x^2 \le y \le 1\right\},$$

em torno do eixo do Oy*.*

Exercício 3 *As secções transversais (ou secções retas) de um certo sólido, por planos perpendiculares ao eixo* Ox*, são círculos, cujos diâmetros estão compreeendidos entre as representações geométricas dos gráficos das curvas*

$$y = x^2 \quad e \quad y = 8 - x^2\,.$$

Encontre o valor do volume desse sólido.

Exercício 4 *Para* $a > 0$ *fixado, temos que a base de um certo sólido é o círculo*

$$C \doteq \left\{(x\,,y) \in \mathbb{R}^2\,;\, x^2 + y^2 \le a^2\right\}.$$

Sabendo-se que a secção transversa (ou secção reta) do sólido, por planos perpendiculares ao eixo Ox*, é um quadrado com um lado sobre a base do sólido, calcule o valor do seu volume.*

Exercício 5 *A base de um certo sólido é a região limitada do plano* xOy *delimitada pelo eixo dos* Ox*, pelas representações geométricas dos gráficos das curva*

$$y = \operatorname{sen}(x)$$
$$\text{e pelas retas} \quad x = 0 \quad e \quad x = \frac{\pi}{2}\,.$$

Sabendo-se que cada secção transversa (ou secção reta) do sólido, por planos perpendiculares ao eixo dos Ox *é um triângulo equilátero, com um lado na base do sólido, encontre o valor do seu volume.*

Exercício 6 *Em cada um dos itens abaixo, esboce a representção geométrica da região limitada, que chamaremos de* R*, contida no plano* xOy*, delimitada pelas representações geométricas dos gráficos das equações dadas. Além disso determine, usando o* **método das cascas cilíndricas***, o valor do volume do sólido gerado pela rotação da região* R*, em torno do eixo indicado.*

a) $y = \sqrt{x}\,, x = 4\,, y = 0$ *e o eixo* Oy
b) $y = x^2\,, y^2 = 8\,x$ *e o eixo* Oy
c) $y^3 = x\,, y = 3,\ x = 0$ *e o eixo* Ox
d) $x^2 = 4\,y\,, y = 4\,,$ *e o eixo* Ox

Exercício 7 *Seja* $a > 0$ *fixado. Os eixos de dois cilindros circulares retos, cujos raios da base são iguais à* a*, se interceptam em ângulo reto. Encontre o valor do volume do sólido obtido da intercecção dos dois cilindros.*

Exercício 8 *Seja* $a > 0$ *fixado. A base de um sólido é um triângulo retângulo isóceles, cujos lados iguais têm comprimento* $\underline{a}$*. Sabendo-se que as seções transversas (ou seções retas), perpendiculares à altura relativa a um dos lados do triângulo, são semicírculos, determine o valor do seu volume.*

Exercício 9 *Seja* $\underline{R}$ *a região limitada do plano* xOy*, delimitada pelas representações geométricas dos gráficos das curvas*

$$x = y^2 \quad e \quad x = 9\,.$$

Para cada um dos itens abaixo, determine o valor do volume do sólido que tem a região $\underline{R}$ *como base, sabendo-se que a secção transversa (ou secção reta) relativa ao eixo* Ox*, é um:*

(a) *um quadrado;*

(b) *um retângulo de altura igual a* $\underline{2}$*;*

(c) *um semicírculo;*

(d) *um quarto de círculo;*

(e) *um triângulo equilátero;*

Exercício 10 *Em cada um dos itens abaixo, encontre o comprimento do arco determinado pela representação geométrica do gráfico da função* $\underline{f}$*:*

(a) $f(x) \doteq 1 - x^{\frac{1}{2}}$*, para* $x \in [2\,,5]$.

(b) $f(x) \doteq \dfrac{1}{2}\,x^3 + \dfrac{1}{6\,x} - 1$*, para* $x \in [1\,,3]$.

(c) $f(x) \doteq 2\,\ln(x)$*, para* $x \in [e\,,2\,e]$.