

Quinta Lista de Exercícios Simplificada de SMA354-Cálculo II
 Integrais Impróprias de 1.a espécie
 Professores Wagner e Marcelo

Exercício 1 Decida em cada um dos itens abaixo, se a respectiva integral imprópria de 1.a espécie é convergente ou divergente:

- | | | |
|---|--|---|
| (a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ | (b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$ | (c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ |
| (d) $\int_0^{\infty} e^{2x} dx$ | (e) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$ | (f) $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ |
| (g) $\int_1^{\infty} \frac{1}{s^2+x^2} dx$, para $s > 0$ | (h) $\int_{-1}^{\infty} e^{-sx} dx$, para $s > 0$ | (i) $\int_0^{\infty} t e^{-st} dt$, para $s > 0$ |
| (j) $\int_0^{\infty} e^{-st} \cos(t) dt$, para $s > 0$ | (k) $\int_1^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ | (l) $\int_1^{\infty} \ln(x) dx$ |

Exercício 2 Determine para que números naturais a a integral imprópria de 1.a espécie

$$\int_1^{\infty} x^n \ln(x) dx$$

é convergente.

Exercício 3 Suponhamos que a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua em \mathbb{R} e definamos

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \doteq \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^{\infty} f(x) dx.$$

Diremos que a integral imprópria 1.a espécie acima à esquerda é convergente se, e somente se, ambas parcelas à direita forem convergente. Caso contrário, diremos que ela será divergente.

Baseado neste fato, diga se as integrais impróprias de 1.a espécie abaixo convergem ou divergem, justificando as respectivas respostas.

- | | | | |
|---|--|---|--|
| (a) $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$ | (b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ | (c) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{- x } dx$ | (d) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ |
|---|--|---|--|

Exercício 4 Em cada um dos itens, estude a convergência da integral imprópria envolvida:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| (a) $\int_3^{\infty} e^{-2x} dx$ | (b) $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x)^3} dx$ | (c) $\int_8^{\infty} x^{-\frac{4}{3}} dx$ | (e) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) dx$ |
| (f) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x \ln(x)} dx$ | (g) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x [\ln(x)]^2} dx$ | (h) $\int_1^{\infty} e^{-x} \cos(x) dx$ | (i) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ |

Exercício 5 Em cada um dos itens abaixo, use o critério da comparação ou comparação por limite para decidir se a respectiva integral imprópria converge ou diverge:

- | | | | |
|--|---|--|---|
| (a) $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2(x)}{1+x^2} dx$ | (b) $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$ | (c) $\int_1^{\infty} \frac{x}{1+3x-x^7+x^{10}} dx$ | (d) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{x^4+3e^{-x}} dx$ |
|--|---|--|---|